

〈数学〉

数学的な思考力・表現力を育てる授業の工夫

——「数学的な考え方」を育てる課題と交流場面を通して（第2学年）——

宮古島市立池間中学校教諭 石垣良典

I テーマ設定の理由

「中学校学習指導要領解説数学編（平成29年7月）」（以下新解説数学編と略す）では、数学科の目標を、育成を目指す資質・能力の三つの柱に沿って構成している。その中で、「思考力、判断力、表現力等」の目標として、「数学を活用して事象を考察する力、数量や図形などの性質を見出し統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。」と示している。また、「数学的に説明し伝え合うこと」の内容の中で、「（前略）説明しあう活動における他者との関りは、一人では気づかなかった新しい視点をもたらし、理由などを問われることは根拠を明らかにし、それに基づいて筋道を立てて説明する必要性を生み出す。（後略）」と示されており、他者との交流を通して、自分の考えを、根拠をもって表現する力の育成が重要であると考ええる。

平成30年度全国学力・学習状況調査の結果によると、沖縄県の平均正答率は、全国平均に比べ「数学A」では7.1ポイント、「数学B」においても6.9ポイント下回っている。本校においても同様の結果が見られ、特に「～を説明する。」を主とした問題において、正答率が低い結果となっている。

新解説数学編の中で、現行学習指導要領の課題として、「数学的な表現を用いた理由の説明。」を挙げており、数学的に説明し伝え合う活動の内容を見据えた、授業改善が必要であると考ええる。

本校は小中併置校で、中学校の全生徒数は10名で、2年生は4名の少人数クラスである。日々の授業では、沖縄県学力向上推進プロジェクト（平成30年度版）の目指す授業像、『他者と関わりながら、課題の解決に向かい「問い」が生まれる授業』を目標に、課題解決に向けて自分の考えを持たせる時間の確保、その考えを他者に説明したり、話し合ったりするための、交流場面の設定を意識し取り組んできた。その結果、課題解決に向けて、自分の考えをわかりやすく、相手に伝えようとする生徒の姿がみられた。それと同時に、課題について自分なりの考えを持たず、他者との話し合いにうまく参加できない生徒の姿や、自分の考えをうまく表現できないために、終始受け身な姿勢で活動している生徒の姿が見られた。原因として、生徒に自分なりの考えをもたせるための手立てが不十分だったこと、交流場面では、教師が「数学的に説明し伝え合うこと」のねらいを見据えて活動させていないことが原因であったと考えられる。

これらの課題を解決するために、生徒に自分なりの考えをもたせる学習活動の工夫をし、自分なりの考えを持って、交流場面に参加することで、他者と対話することができ自分の考えを広げ深めていけると考える。

また、交流場面において活動内容を工夫することで、「根拠を明らかにし、それに基づいて筋道を立てて説明する必要性」を実感させることができると考える。さらに、多様な考えを伝え合うことで、新しい視点が生まれ、交流場面を通して、自分の考えを広げ深めることができると考え、本テーマを設定した。

〈研究仮説〉

第2学年の「三角形と四角形」において、「数学的な考え方」を育てる課題と交流場面を通して生徒に自分なりの考えを持たせ、自分の考えを、根拠をもって相手にわかりやすく表現することで、数学的な思考力・表現力が育成されるであろう。

Ⅱ 研究内容

1 数学的な思考力・表現力について

新解説数学編では、数学的な思考力の目標について、「数学を活用して事象を論理的に考察する力、数量や図形などの性質を見出し統合的・発展的に考察する力」を養うと示している。また、数学を活用して事象を論理的に考察する力の育成について、「直観的、帰納的、類推的に推論する力を養うとともに、(中略)演繹的に推論する力を養うことも重要である。」と示している。熊倉啓之(2011)は、数学的な思考力の内容として、6つの能力を示し、それらの相互の関係について、『「数学的に推論する力」は他の力の基本になっていて、(後略)』と述べ、その相互の関係を図で示している(図1)。

本研究では、新解説数学編と熊倉の考えを基に、数学的な思考力を、「事象を数理的に捉え、論理的に考察し、問題解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する力」と捉えて研究を進めていく。

数学的な表現力の目標について、新解説数学編では、「数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力」と示されている。また、「数学的に表現すること」として「事象を数理的に考察する過程で、見出した数や図形の性質などを表したり、その妥当性などについて根拠を明らかにして説明したり、(中略)することが重要である。」と示している。

本研究では、数学的な表現力を「事象を、論理的に考察した過程や結果を、根拠を明らかにし、数学的な表現を用いて表現する力」と捉えて研究を進めていく。

2 「数学的な考え方」を育てる課題について

数学の授業では、課題解決の過程を通して、課題に対して自分なりの考えを持ち、他者との交流等を通して自分の考えを広げ、深めていく。授業で扱う課題の内容や提示の工夫は、学習活動の方向性を決定する重要なものと考ええる。

数学的な考え方について、新解説数学編では、「目的に応じて数、式、図、表、グラフ等を活用しつつ、論理的に考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識及び技能を関連させながら、統合的・発展的に考えること。」と示している。片桐重男(2004)は、数学の方法に関係する数学的な考え方を、表1のように整理している。また、数学的な考え方を育成する授業について、「①本時の目標に、どんな数学的な考え方を育てるかを示す。②展開の中に、どこで、この考え方の指導をするか、学習するかを示す。③「まとめ」で、「今日の勉強では、どのように考えたのがよかったでしょう」ということをまとめる。(後略)。」と記し、それらに留意し、計画の立案をすることが重要であると述べている。

鈴木正則(2015)は、片桐の数学的な考え方を基に、「数学的な考え方を育てるには、生徒が課題を考える方法を予測したり、話し合いを通して解決方法を比較・検討したり、解を吟味した

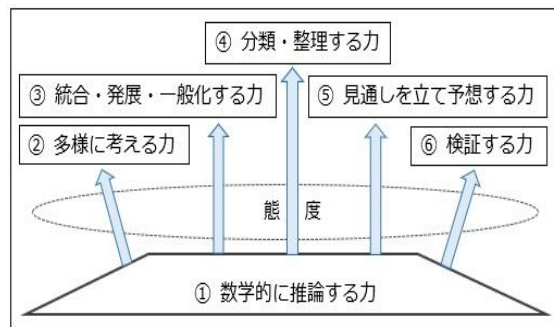


図1 数学的な思考力の具体的な内容(熊倉)

表1 数学の方法に関係した数学的な考え方(片桐)

数学の方法に関係した数学的な考え方		
1 帰納的な考え方	2 類推的な考え方	3 演繹的な考え方
4 統合的な考え方(拡張的な考え方を含む)	5 発展的な考え方	
6 抽象化の考え方(抽象化, 具体化, 条件の明確化の考え方)		
7 単純化の考え方	8 一般化の考え方	9 特殊化の考え方
10 記号化の考え方	11 数量化, 図形化の考え方	

表2 数学的な考え方を育てる課題の方法と内容(鈴木)

方法	内容	育つ数学的な考え方
① 条件を工夫する	① 条件を不足させる ② 条件を各段階に変更する ③ 条件をいろいろ変えさせる ④ 条件を過剰にする	・抽象化の考え方 ・発展的な考え方 ・一般化の考え方 ・類推的な考え方 他
② 関連付けを図る	① 別の場面に置き換えさせる ② 動的にとらえさせる	・統合的な考え方 ・演繹的な考え方 ・発展的な考え方 他
③ 対比させる	① 既習と未習を対比させる ② 複数の図、式、グラフなどを対比させる ③ 不完全な(誤った)図、式、グラフなどを対比させる	・類推的な考え方 ・統合的な考え方(拡張的な考え方) ・演繹的な考え方 ・数量化の考え方 他
④ オープンな形にする	① いろいろな気付きや考えを引き出す ② 表、グラフ、図などから多面的に読み取らせる。	・演繹的な考え方 ・帰納的な考え方 ・一般化の考え方 ・発展的な考え方 他

りするなど、生徒が気づく、考える活動が重要となる。」と述べている。また、その活動のベースが課題であるとし、「課題の工夫」について整理している（表2）。

本研究では、表2の、①条件を工夫する、②関連付けを図る、④オープンな形にする、の3つの方法を中心に、本時で身につけさせたい、「数学的な考え方」と対応させた、課題の設定を行い、数学的な思考力の育成に繋げていきたい。

3 他者との交流について

『「問い」が生まれる授業サポートガイド（平成30年度版）』では、学習のねらいの達成に向けた交流場面の設定について、「学習のねらいの達成に向けた思考力・判断力・表現力を育むためには、自分の思いや考えを他者に説明したり、話し合う活動を通してよりよい考えに導いたりするなど、対話的な活動の一層の充実」が求められている。

(1) 自分なりの考えを持たせる工夫について

新解説数学編では、数学的な思考力に関わる「数学的な推論」と、数学的な表現力に関わる「数学的に表現すること」・「数学的に伝え合うこと」の相互の関係について示している。これを基に、数学的な思考力・表現力の相互関係を整理すると、図2のようになると考える。

数学的な思考力・表現力の相互関係により、交流場面を通して、数学的な表現力を育成するには、数学的な推論などによって、自分なりの考えをもたせる事が必要であると考えます。

熊倉は、数学的な思考力・表現力を高める指導として、5つの活動を挙げている(表3)。

②個人で考えたことをかく活動については、

『たとえ手がつかない状態であったとしても、見当違いの方法を模索した状態であったとしても、個人で何かしら考えたことを「かく」ことはできるはずである。』と述べている。さらに、「考えた記録を残すことで、たとえその考えが間違っていたとしても、(中略)、自分を振り返ることができる。」と述べている。授業の中で、「個人で考えたことをかく活動」を取り入れ、考えた記録を残させることで、すべての生徒に自分なりの考えを持たせることができると考える。また、その活動により、自分なりの考えを持って交流場面に参加することができ、数学的な表現力の育成に繋がると考える。

本研究では、「個人で考えたことをかく活動」を設定し、何かしら考えた記録を残させるための手立として、前時を振り返り参考にしてかかせることや必要な情報を図にかき込ませることなどの活動を行っていく。

(2) 他者との交流場面について

数学的な表現力は、他者との交流場面を通して、自分の考えを説明したり、話し合うことを通して、養われていくと考える。ここで、重要なことは、「自分の考えを、相手にわかりやすく説明する」ことである。「相手にわかりやすく伝えるには、どうすればよいか？」と考えさせるような活動が必要であると考えます。

熊倉は、数学的な表現力に関わる活動について、『「整理してまとめる」、「人に説明する」、「読み取り評価する」を挙げることができるが、これらには次のような順序性がある。』として、

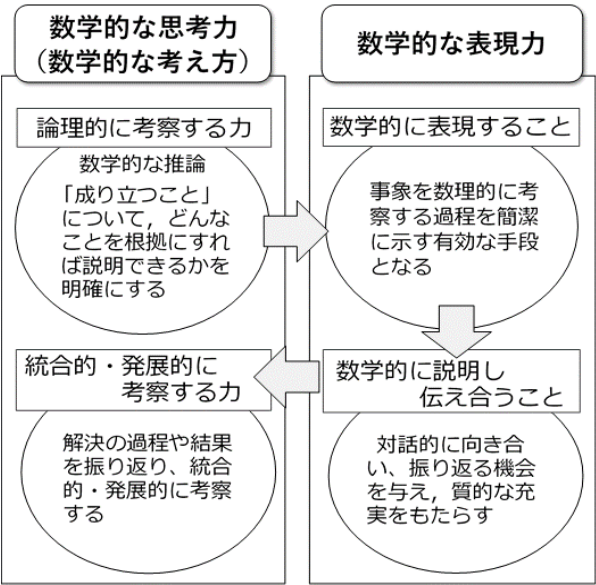


図2 数学的な思考力・表現力の相互関係

表3 数学的な思考力・表現力を高める指導（熊倉）

- | |
|---|
| ① 個人で考える活動 |
| ② 個人で考えたことをかく活動 |
| ③ 多様に考える、総合・発展・一般化する、分類・整理する、見通しを立て予想する、検証する等、数学的な思考力に関わる活動 |
| ④ 個人の考えを他の人に説明する活動 |
| ⑤ 他の人の考えを読み取り評価する活動 |

図2のようにまとめている。

生徒が自分なりの考えを、根拠をもって、相手にわかりやすく表現できるようにするためには、根拠を示し、数学的な表現を使って、「わかりやすく」説明できるように指導していくと同時に、「他の人の考え方を読み取り評価する活動」を行う必要があると考える。他人の考えを評価するということは、自分と他者を比較することに繋がり、「もっと～した方がわかりやすく伝えられた。」など、自らの表現方法を振り返る機会となり、新解説数学編で示されている、「根拠を明らかにし、それに基づいて筋道を立てて説明する必要性」を実感することができると考える。また、その活動を繰り返すことにより、数学的な表現力が高まっていくことが期待できる。

本研究では、一時間ごとの時間の中で、「整理してまとめる」、「人に説明する」、「読み取り評価する」を順序だてて取り入れて授業を展開していく。

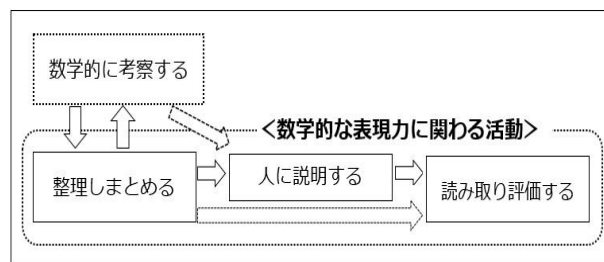


図3 数学的な表現に関わる活動の順序性（熊倉）

Ⅲ 指導の実際

1 単元名 三角形と四角形

2 単元目標

- (1) 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解する。
- (2) 証明の必要性和意味及びその方法について理解する。
- (3) 三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本性質を論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりする。
- (4) 三角形や平行四辺形の基本的な性質などを具体的な場面で活用する。

3 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形についての知識・理解
様々な事象を三角形と四角形についての性質などでとらえたり、平面図形の性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	三角形と四角形についての性質などの基礎的・基本的な知識や技能を活用して、論理的に考察し表現するなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	三角形と四角形についての性質などを、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現するなどの技能を身に付けている。	三角形と四角形についての性質などを理解し、知識を身に付けている。

4 単元の指導と評価計画（全19時間）

章	節	時間	小節	本時の目標			○:課題 ☆:課題の方法(表2)	評価規準 (評価方法)
				◎:目標 ◇:数学的な考え方(表1)	めあて	まとめ		
5章 三角形と四角形	1節 三角形		1 二等辺三角形の性質①	◎二等辺三角形の底角の性質について証明し、考察することができる ◇演繹的な考え方	二等辺三角形は、どんな性質があるだろうか	二等辺三角形の底角は等しい	○「全ての二等辺三角形の底角の大きさは等しい」ことを説明しよう ☆オープンな形にする	【関】二等辺三角形の性質に関心をもち、考察しようとする 【考】証明を考察することができる (ワークシート・評価問題)
			2 二等辺三角形の性質②	◎二等辺三角形の頂角の二等分線の性質について証明し、考察することができる ◇演繹的な考え方	二等辺三角形の頂角の二等分線には、どんな性質があるだろうか	二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺に垂直に2等分している	○二等辺三角形の頂角の2等分線の性質について、証明してみよう ☆オープンな形にする	【関】二等辺三角形の性質に関心をもち、それらについて調べ、証明しようとする 【考】証明を考察することができる (ワークシート・評価問題)
			3 二等辺三角形になるための条件	◎二等辺三角形になるための条件の証明について考察することができる ◇演繹的な考え方	どんな条件のとき二等辺三角形になるのだろうか	二等辺三角形の定理の逆が二等辺三角形になるための条件である	○2つの角が等しい三角形は、二等辺三角形であるといえるだろうか ☆条件を工夫する	【考】2つの角が等しい三角形が二等辺三角形になることを証明できる (ワークシート・評価問題)
			4 直角三角形の合同①	◎直角三角形の合同条件を、三角形の合同条件をもとにして考えることができる ◇発展的な考え方	直角三角形はどんな条件のとき合同といえるか	直角三角形の合同条件・斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。 ・斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい	○直角三角形の合同の証明では、どのような条件が必要だろうか ☆条件を工夫する	【知】直角三角形の合同条件を理解している (評価問題)

章	節	時間	小節	本 時 の 目 標			○: 課 題 ☆: 課題の方法(表2)	評価規準 (評価方法)
				◎: 目 標 ◇: 数学的な考え方(表1)	め あ て	ま と め		
5 章	1 節	5	直角三角形の合同②	◎直角三角形の合同条件を利用して、図形の性質を証明することができる	直角三角形であることを証明するにはどうすればよいか	斜辺が等しいことを確認し、他に等しい辺や角がないか調べればよい	○直角三角形の合同条件を利用して、三角形の合同を証明してみよう	【技】直角三角形の合同条件を利用して、証明することができる
				◇演繹的な考え方			☆オープンな形にする	(ワークシート・評価問題)
	三 角 形	6	定理の逆	◎ことがらの逆とその真偽をいうことができ、反例の意味を理解できる	定理の逆はいつも成り立つのか	仮定と結論を入れ替えた逆は、常に成り立つとは限らない	○定理の逆は、いつでも成り立つだろうか	【知】定理の逆の意味を理解している
				◇特殊化の考え方			☆条件を工夫する	(評価問題)
	2 節	7	平行四辺形の性質①	◎証明を通して、「平行四辺形の対辺は、それぞれ等しい(性質①)」を理解することができる	「2組の対辺はそれぞれ等しい」は、全ての平行四辺形にいえるだろうか	平行四辺形の性質① 証明より、「2組の対辺はそれぞれ等しい」は、全ての平行四辺形にいえる	○予想した性質がいつでも成り立つことをいうには、どのようなことが分かれればいいですか	【関】平行四辺形の性質を考察し、証明しようとする 【考】証明の見通しが持てる
				◇演繹的な考え方			☆オープンな形にする	(ワークシート・評価問題)
		8	平行四辺形の性質②	◎証明を通して、「2組の対角はそれぞれ等しい(性質②)」を理解することができる	「2組の対角はそれぞれ等しい」は、全ての平行四辺形にいえるだろうか	平行四辺形になるための性質② 証明より、「2組の対角はそれぞれ等しい」は、全ての平行四辺形にいえる	○「2組の対角が等しいこと」が、いつでも成り立つことを証明してみよう	【考】証明の見通しが持てる 【知・技】対角の性質を理解できる
				◇演繹的な考え方			☆オープンな形にする	(ワークシート・評価問題)
		9	平行四辺形の性質③	◎証明を通して、「対角線はそれぞれの中点で交わる(性質③)」を理解することができる	平行四辺形の対角線には、どんな性質があるのだろうか	平行四辺形になるための性質③ 「対角線はそれぞれの中点で交わる」	○「対角線はそれぞれの中点で交わる」ことを証明してみよう	【考】平行四辺形の対角線の性質を証明できる 【知】対角線の性質を理解できる
				◇演繹的な考え方			☆オープンな形にする	(ワークシート・評価問題)
		10	平行四辺形の性質④	◎平行四辺形の性質を利用して、図形の性質を証明することができる。証明の結果からわかった、新たな性質を理解できる	どんな場合いでも、OE=OFはなりたつのだろうか	証明より、OE=OFの関係は変わらない	○どんな場合いでも、予想した性質が成り立つか証明してたしかめよう	【考】平行四辺形の性質を利用して、証明できる。また、証明を振り返り、得られた新たな性質について理解できる
				◇統合的な考え方			☆関連づけを図る	(ワークシート・評価問題)
		11	平行四辺形になるための条件①	◎具体的な事象を考察し、平行四辺形になるための条件Ⅰ・Ⅱを証明することができる	四角形が平行四辺形であることをいうには、何がいえればよいだろうか	「2組の対辺がそれぞれ平行である(定義)」がいえればよい	○この証明で不足していることはなんだろうか ○証明から、分かったことはどのようなことでしょうか	【考】平行四辺形の性質の証明を振り返り、考察することができる
				◇演繹的な考え方			☆条件を工夫する	(ワークシート・評価問題)
		12	平行四辺形になるための条件②	◎平行四辺形の性質の逆を証明し、平行四辺形になるための条件Ⅲ・Ⅳを見いだすことができる	平行四辺形になる条件はどのように証明すればよいか	仮定から、四角形について、平行四辺形の定義が成り立つことを証明すればよい	○四角形が平行四辺形であることを証明するには、どのようなことがわかれればよいだろうか	【考】平行四辺形になる条件を証明できる
				◇演繹的な考え方			☆オープンな形にする	(ワークシート・評価問題)
		13	平行四辺形になるための条件③	◎平行四辺形の性質の逆を証明し、平行四辺形になるための条件Ⅴを見いだすことができる	平行四辺形になる条件はどのように証明すればよいか	仮定から、四角形について、平行四辺形の定義が成り立つことを証明すればよい	○四角形が平行四辺形であることを証明するには、どのようなことがわかれればよいだろうか	【考】平行四辺形になる条件を証明できる
				◇演繹的な考え方			☆オープンな形にする	(ワークシート・評価問題)
		14	平行四辺形になるための条件④	◎平行四辺形になるための条件を利用して、図形の性質を証明することができる	平行四辺形であることを証明するには、どうすればよいか	平行四辺形であることの証明は、初めに、仮定から利用しやすい平行四辺形になるための条件を選ぶ	○四角形AECFが平行四辺形になることを証明するとき、どの条件を使えばよいでしょうか	【考】平行四辺形になるための条件を用いて、証明することができる
				◇演繹的な考え方			☆関連づけを図る	(ワークシート・評価問題)
		15	特別な平行四辺形①	◎長方形、ひし形、正方形の定義をもとにして、それらが平行四辺形であることを説明できる	平行四辺形にどのような条件を加えると他の四角形になるだろうか	平行四辺形に辺や角、対角線の条件を加えると、長方形、ひし形、正方形になる	○どのような条件を加えれば、別の図形になるだろうか	【知】長方形、ひし形、正方形の定義を理解できる
				◇演繹的な考え方			☆条件を工夫する	(評価問題)
		16	特別な平行四辺形②	◎証明を振り返り、発展的に考える事ができる	どんな図形になっているか判断するには、どうすればよいか	辺や角、対角線などを比べ、どの図形の性質かを判断すればよい	○平行四辺形ABCDを平行四辺形に変えると、四角形EBFDはどんな形になるでしょうか	【考】図形の特徴を捉え、どんな形になるか判断できる
				◇発展的な考え方			☆関連づけを図る	(ワークシート・評価問題)
		17	平行線と面積	◎平行線の性質を利用して、図形を等積変形できる	三角形の面積が等しいことをいうには、どこに注目すればよいだろうか	「底辺と高さが等しい根拠」がいえれば、三角形の面積は等しいといえる	○2つの土地を面積を変えずに、直線で分けるのはどのような方法だろうか。みんなが納得できるように説明してみよう。	【考】平行線の性質を利用して、面積が等しい三角形を見付けることができる
				◇発展的な考え方			☆関連づけを図る	(ワークシート・評価問題)
		18・19	まとめ	・Webテスト ・サポート問題 ・まとめの問題				

5 本時の指導（10/19 時間）

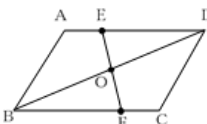
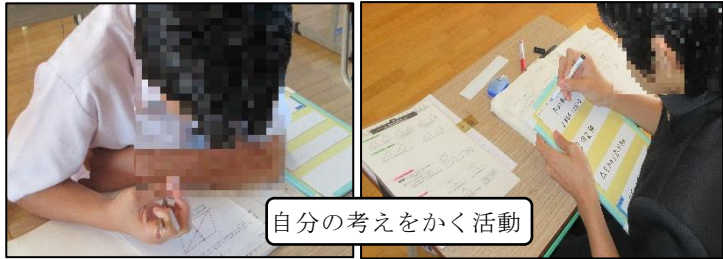
(1) 本時のねらい

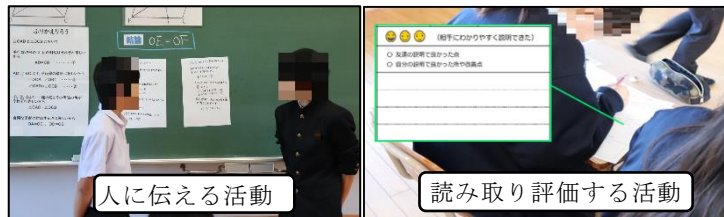
- ・平行四辺形の性質を利用して、図形の性質を、証明をすることができる。
- ・証明の結果からわかった、新たな性質を理解することができる。

(2) 授業仮説

関連づけを図る（別の場面に置き換える）課題に取り組むことで、平行四辺形の新たな性質についての証明を考える過程において、自分なりの考えを持ち、他者と交流することで、図形の性質を根拠として、自分の考えをわかりやすく説明することができるだろう。

(3) 本時の展開

過程	学習活動 T：教師の指示、発問 C：予想される生徒の反応	○ 指導の手立て ◇ 留意点 【評価規準】
問題把握（5分）	1 前時の確認 T：平行四辺形の性質には、どんなものがあったかな？ C1：「対角線がそれぞれの中点で交わる」 T：前の授業では、三角形の合同から、対角線の性質を証明したね 2 課題の提示 C1 下の $\square ABCD$ の AD 上に点 E をとり。点 E から、BD の中点 O を通る直線をひき、辺 BC と交わる点を F とする。 このとき、OE と OF の長さは等しくなるだろうか？  課題の方法：回関連づけを図る（別の場面に置き換える） T：図の様に、点 E をとり、O を通って、直線と底辺との交点を F としよう T：このとき、OE と OF の長さは等しくなるだろうか？ C1：等しくなる C2：等しくならない T：実際、定規で測ってみよう T：どんな平行四辺形でも、$OE = OF$ の関係は変わらないのかな？ 3 本時のめあての確認 めあて どんな平行四辺形でも、$OE = OF$ となるか、証明して確かめよう	◇ 思い出せない生徒には、前時に配布した、「性質・条件まとめシート」を確認させる ◇ 黒板に、平行四辺形の定義、性質を掲示しながら確認する ◇ 黒板に、前時の証明を掲示 ◇ ワークシートの図は、生徒によって大きさや形の違う平行四辺形にする ◇ 平行四辺形の AD 上の辺なら どこでもいいので、点を打つように指示 ○ 長さを測って確認させる
	見通す（10分）	4 個人で考えたことをかく活動 T：$OE = OF$ を証明するには、どんなことがいえればいいんだろう？ C1：$\triangle OED$ と $\triangle OFB$ を比べればいい T：$\triangle OED$ と $\triangle OFB$ で、等しい辺や角には印をつけよう。それが終わったら、「証明の考え方」をかいていこう C：(図に印をつける)、「証明の考え方」に取り組む  自分の考えをかく活動

深める (25分)	5 整理してまとめる活動 (ペア) T: ペアになって、「証明の考え方」を確認してみよう T: 「証明の考え方」をもとに、協力して証明を完成させてみよう  6 人に伝える活動・読み取り評価する T: 自分たちの証明を説明してみよう  7 確かめる (全体) 生徒の解答と、模範解答を確認する T: 違っている所や、抜け落ちている部分を確認しよう	◇机間巡視をしながら、各ペアを観察し、考えを確認する 【技】 A: 根拠をしっかりと示し、証明を完成している B: 「証明の考え方」をもとに、記号と文字をつかって証明をかいている C: 等しい辺と角を、記号をつかってかける Cへの手立て: 「証明の考え方」、「前時の証明」のかき方を振り返らせ、それを参考にできるように指示を与える ◇時間がきたら、ホワイトボードを黒板にはらせる ◇発表は、分担するように指示を出し、全員が発表できるようにする
まとめ (10分)	8 性質の確認 小学校で学習した、「対称の中心から対応する点までの長さは等しい。(点対称な図形の性質)」につながるについて確認する 9 まとめ 証明より、どんな平行四辺形でも、$OE=OF$ は変わらない (※点対称な図形の性質) 10 評価問題 11 評価カード記入	◇図1の対角線と、図2の線分EFが中心Oを通っていることを確認させる

6 仮説の検証

本研究では研究仮説に基づき、「数学的な考え方」を育てる課題と交流場面を通して、生徒に自分なりの考えを持たせ、自分の考えを、根拠をもって相手にわかりやすく表現することで、数学的な思考力・表現力の育成に繋がったかについて、ワークシート、評価カードの内容、アンケート調査、確認テストの結果などから検証する。アンケートと確認テストは検証前後に行った。

(1) 「数学的な考え方」を育てる課題の工夫について

単元の課題については、3つの方法(①条件を工夫する、②関連付けを図る、③オープンな形にする)を中心に工夫を行った。また、論証指導を通して、演繹的な考え方の意味を理解し、その必要性を感じさせるために、証明に用いる図は、問題の条件を満たす図形を作図させるなどとして同じ大きさや形にならないようにした。

第1時では、二等辺三角形の底角が等しくなることを、2つの二等辺三角形を作図し、実測することで確認した(図4)。また、他者のワークシートと見比べ、大きさや形の違う三角形でも、同様の性質がいえることを確かめた。その後「全ての二等辺三角形で、同じことがいえるだろうか」と問い掛けると、「もっと三角形をかいて調べればわかる」という意見はあったが、

「証明」という言葉はでなかったことから、証明することについての理解は十分ではないと考えられる。ここで、生徒から気づきや考えを引き出し、証明の意味について理解を深めるため、『「全ての二等辺三角形の底角の大きさは等しい」ことを説明しよう(④オープンな形)』と

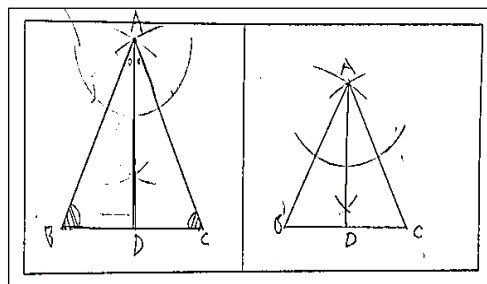


図4 生徒のワークシート(第1時)

課題提示した。生徒は、個人でかく活動、整理してまとめる活動（ペア）を通して、作図した全ての図形の証明を完成させることができた。大きさや形が違う図形の証明を、ペアで考えることに戸惑う生徒の姿があったが、証明を複数仕上げるにつれて、同様の証明であることに気付き、それらを参考にしながら課題に取り組む様子へと変化した。授業後の評価カードには、「2つとも同じ証明の文になっているのに気づけた」という記述がみられた（図5）。また、検証後のテストでは「証明の意義について理解しているかどうかをみる。」を趣旨とした問いにおいて、3名の生徒が正答という結果となった。

これらのことから、課題をオープンな形に設定したことで、生徒の気づきや考えを引き出し、証明（演繹的な考え方）の意味について理解できた生徒が増えたと考えられる。

第10時（学習指導案参照）では、既習の平行四辺形の性質と関連付けて課題解決を図り、新たに見出した性質と小学校の既習事項を、関連付けて理解させるための課題設定とした。導入では、実測により $OE=OF$ となることを確認させた（図6）。その後、「どんな平行四辺形でも $OE=OF$ となるだろうか（図関連づけを図る：別の場面に置き換える）」と課題を提示した。個人でかく活動、整理してまとめる活動（ペア）では、ノートや掲示物などから、既習内容を振り返り課題に取り組む生徒の姿が見られた。また、2ペアとも根拠を示し証明をかくことができた。これは、課題の工夫により、本単元の既習事項と関連させて、課題に取り組むことができたと考えられる。しかし、証明した結果から新たに見出した性質と、点対称な図形の性質を関連付けて理解させるには十分ではなかった。証明を振り返る場面において、それぞれの共通性に気付かせ、新たな問いを引き出す発問の工夫が必要だと考える。

これらのことより、本時で身につけさせたい数学的な考え方と対応させた課題の設定を行うことで、数学的な思考力の育成に繋がったと考える。

(2) 他者との交流について

① 自分なりの考えを持たせる工夫について

自分なりの考えを持たせるため、個人でかく活動を設定した。また、図形に苦手意識を持っている生徒が、手つかずの状態にならないように、常に等しい辺や角に印をつけさせることで、考えた記録を残させた（図7）。その結果、全ての生徒が考えた記録を残し、それを基に課題に取り組む姿が見られた。図形の性質を証明する授業では、証明の考え方（教具）を「かく活動」を設定した（写真1）。生徒は、印をつけた図形やノートを振り返るなどして、「証明の考え方」をかいていた。内容を確認すると、間違った考え方をかいている生徒や、記入されてない箇所が残っている生徒もいた。しかし、生徒全員が何かしら考えたことをかくことができた。これは、課題に対して、自分なりの考えを持てたと捉えるこ

(理解できた。自分の考えが持てた)	
○ 授業でわかったこと	○ 授業で学習したこと以外の考え方(別解など)
○ 感想(楽しかったこと、嬉しかったこと) 等	
仮定、結論を出して、	
証明をかくまで根拠が何にもなかった	
わかんないけど、わかった。	
二等辺三角形で証明したら2つとも	
同じ証明の文になってるのに気づけた	

図5 評価カード(第1時)

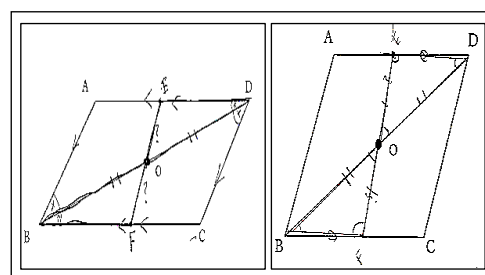


図6 証明に用いた図(第10時)

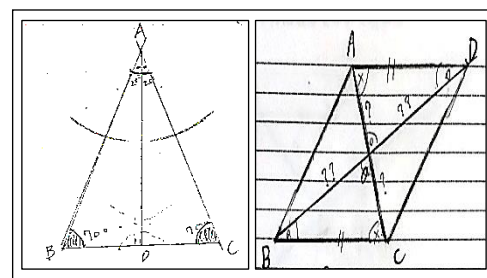


図7 ワークシートの図形

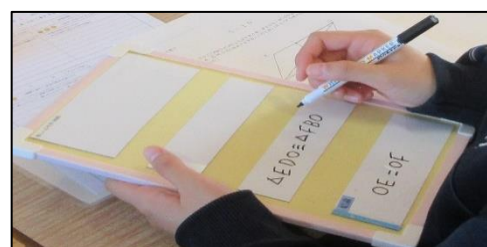


写真1 「証明の考え方」

とができる。アンケート結果からも「課題に対して自分なりの考えを持てますか」という問いについて、検証前は肯定的に回答した生徒は1人であったのに対し、検証後は全ての生徒が肯定的な回答をしている（表4）。特に、検証前に「あまり持てない」と回答した生徒は、学習が進むにつれて、根拠を模索しながら考えをまとめる姿が見られるようになった。これは、個人でかく活動の成果と考える。

表4 自分なりの考えについての調査

問題を解くとき、自分なりの考えを持つことができますか		
	検証前	検証後
① 持てる	0	2
② だいたい持てる	1	2
③ 持てるとき、持てないときが半々	2	0
④ あまり持てない	1	0
⑤ 持てない	0	0

これらのことより、個人でかく活動を取り入れ、何かしら考えた記録を残させることによって、自分なりの考えを持たせることができたと考える。

② 他者との交流場面について

交流場面では、整理してまとめる活動、人に説明する活動、読み取り評価する活動を順序立てて行った。

第8時と10時では、整理してまとめる活動で、ペアになり個人で考えたことについて根拠を示して説明し、互いの考えを1枚のホワイトボードにまとめる活動を行った（図8）。

第8時では、互いの考えを説明することは出来た。しかし、一方は考えを1つにまとめることができたものの、もう一方はできなかった。原因は、考えを1つにまとめるために、何について話し合えばいいのか分からなかったと推測できる。互いの共通点や相違点をみつけさせ、話し合いの視点を明確にする必要があると考える。

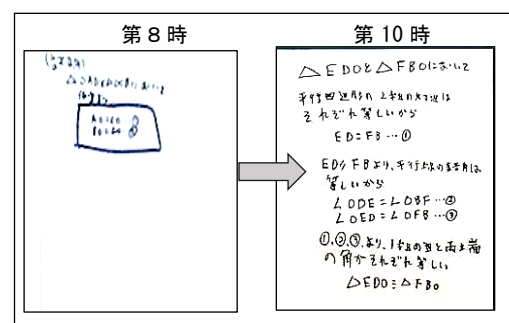


図8 発表したペアのホワイトボード

第10時では、考えを互いに考えを1つにまとめる際に、ノートや掲示物を参考にするように指示を出した。その結果、相手に納得してもらうために図や前時のノートなどを用いて説明する姿が見られた。これは、根拠をみつけ、相手にわかりやすく説明しようとする姿と捉えることができる。生徒の感想では「相手に上手く説明できて、証明を完成させることができたのでよかった。」という記述が見られた。

人に説明する活動、読み取り評価する活動では、ペアで考えたことを発表し、聞き手は相手の説明で良かった点、自分の発表で良かった点や改善点を評価カードに記入する活動を行った。単元序盤の評価カードでは「声が大きくてわかりやすかった」「わかりやすく説明していたのでよかった」等の記述がほとんどであったが、授業を重ねていくと「角が等しくなる根拠をいっていてわかりやすかった」「根拠を説明して相手が理解してくれたからうれしかった」などの記述に変化していった。また、等しい角や辺について、直観的な解答について「なんでそうなるの？」と質問する姿や、数学的な表現を使って根拠を確認し合う姿も見られるようになった。これらのことから、根拠を示すことで、相手にわかりやすく説明できることを理解していると考えられる。

生徒アンケート「自分の考えを、相手にわかりやすく説明するには、どんなことに気をつければよいと思いますか」という問いにおいて、検証前は声量やスピード、言葉などの「伝え方」についての回答がほとんどであったが、検証後は根拠や授業で習った言葉、図や式など「説明の内容」についての回答に変化していった（図9）。

自分の考えを、相手にわかりやすく説明するには、どんなことに気をつければよいと思いますか？ (検証前) ・できるだけ短い文章にして、重要な言葉とかを使って話す ・相手がわかりやすい言葉を使う ・短くゆっくり説明する ・大きい声で説明する (検証後) ・根拠をいれて、式や図を使ってわかりやすく伝える ・授業で習った言葉を使ったり、なぜこうなるか根拠をいう ・図を使って、どうしてそうなるのか理由をいう ・自分が考えた理由や根拠をいれて説明する

図9 人に説明することについての調査

これらのことから、整理してまとめる、人に説明する、読み取り評価する活動を順序立てて行うことで、生徒に「根拠を明らかにし、それに基づいて筋道を立てて説明する必要性」を実感させることができたと考える。

確認テストの記述式における正答率は、検証前が5%、検証後では66.7%という結果となった(表5)。無解答率については、検証前が90%に対し、検証後では0%という結果となった。生徒の記述式についての解答を比較すると、検証前は無解答が多く、誤答においても根拠が示されず等しい辺や角を式で表すのみであったが、検証後の誤答をみると、証明の見通しを持ち、しっかり根拠を示して記述していることがわかる(図10)。これは、生徒が自分なりの考えを持ち、その考えを、根拠を示し数学的な表現を使って表すことができるようになったと分析できる。

表5 確認テストの記述式の結果

	検証前	検証後
正答率	5 %	66.7 %
誤答率	5 %	33.3 %
無解答率	90 %	0 %

これらのことから、「数学的な考え方」を育てる課題と交流場面を通して、生徒が自分なりの考えを持ち、その考えを、根拠をもって相手にわかりやすく表現することで、数学的な思考力・表現力の育成に繋がったと考える。

Figure 10 displays the comparison of student answers for the confirmation test, showing the results before and after verification for four students (A, B, C, D).

生徒 A

- 検証前: 無解答
- 検証後: 正答 (正しい根拠)

生徒 B

- 検証前: 誤答 (根拠なし)
- 検証後: 誤答 (根拠あり)

生徒 C

- 検証前: 無解答
- 検証後: 正答 (正しい根拠)

生徒 D

- 検証前: 無解答
- 検証後: 誤答 (根拠あり)

図10 確認テスト記述式の解答の比較

IV 成果と課題

1 成果

- (1) 「数学的な考え方」を育てる課題と交流場面を通して、生徒に自分なりの考えを持たせ、自分の考えを、根拠をもって相手にわかりやすく表現させることで、数学的な思考力・表現力の育成に繋げることができた。
- (2) 授業で育てたい数学的な考え方を明確にし、「数学的な考え方」の課題を工夫することで、ねらいに沿った活動ができ、数学的な考え方の向上に繋がった。
- (3) 整理してまとめる活動、人に説明する活動、読み取り評価する活動を授業で設定したことで、自分の考えを相手にわかりやすく伝えるために、根拠を示して説明することの必要性を実感させることができた。

2 課題

- (1) 活動全体を通して、生徒が主体的に活動できるような、場の工夫・改善を図る。
- (2) 統合的・発展的な考えを育てるために、新たな問いを引き出す発問の工夫が必要である。

<参考文献>

- 片桐重男 2004 『数学的な考え方の具現化と指導－算数・数学科の真の学力向上を目指して－』 明治図書
- 熊倉啓之 2011 『小集団での追究で効果抜群！数学的な思考力・表現力を鍛える授業 24』 明治図書
- 鈴木正則 2015 「課題と発問の連動で数学的な考え方がぐんぐん育つ」『数学教育』 明治図書 2015 年 7 月号 P. 4
- 文部科学省 2018 『中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説数学編』 日本文教出版

<参考 URL>

- 沖縄県教育委員会 義務教育課学力向上推進室 『沖縄県学力向上推進プロジェクト（平成 30 年度版）』 2018
<https://www.pref.okinawa.jp/edu/gimu/ujitsu/shisaku/documents/h30gakuryokuproject.pdf>
- 沖縄県教育委員会 義務教育課学力向上推進室 『「問い」が生まれる授業サポートガイド（平成 30 年度版）』 2018
<https://www.pref.okinawa.jp/edu/gimu/gakuryoku/toisapo/toisapo.html>