第２学年　数学科板書型指導案（10 時/20 時間）

単元名(図形の性質と証明)

令和２年 12 月 14 日（月）
授業者　花城　志歩

１　ねらい
平行四辺形の性質を見いだし、いつでも成り立つか証明を考察する。

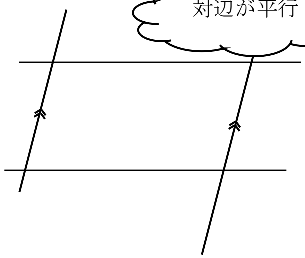
２　本時の指導の工夫
＊番号は本時の流れとのつながり
①平行四辺形の定義をもとに、定規２本で平行線を引いて四角形をかき、図形を考察する学習プロセスから始める。
⑤全員が証明を考察できるように、まずは完成した証明を振り返る場面を設定する。
⑤証明を振り返る場面では、図の中に印をつけたり、根拠に下線を引いたり、振り返って思考している過程を可視化させる。
⑥演繹的な証明の必要性を理解させる問い(T1(１))を設定する。
⑨対辺の性質と対角の性質の証明が、三角形の合同な関係が根拠となるという統合的な見方を引き出すために、２つの証明の共通点を活用する授業展開を行う。

３　評価〈評価方法〉
・知②証明の必要性を理解している。〈ノート〉
・思①性質を論理的に確かめる。〈ノート〉

課題(めあて)：どの平行四辺形でも成り立つことをどうやって確かめるかな？

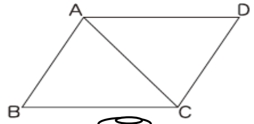
T1　平行四辺形の定義「２組の対辺がそれぞれ平行な四角形」を使って、平行四辺形 ABCD の図をかきましょう。(定規２本) すべての平行四辺形に共通する関係をみつけよう。

対辺が平行



〈みつけた関係〉
・向かい合う辺は等しい
　対辺
・向かい合う角は等しい
　対角
・対角線は？

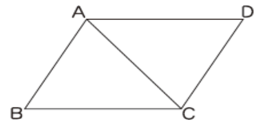
(１)２組の対辺



図の中に印をつけよう。
根拠に下線をひこう。

〈証明〉
平行四辺形 ABCD の対角線 AC をひく。
△ABC と△CDA において、
平行線の錯角は等しいから、
AB//DC より、∠BAC＝∠DCA　･･･①
AD//BC より、∠BCA＝∠DAC　･･･②
また、AC＝CA(AC は共通)　･･･③
①、②、③より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、
△ABC ≡ △CDA
合同な図形の対応する辺は等しいから、
AB＝CD 、 BC＝DA
したがって、平行四辺形の2組の対辺はそれぞれ等しい

(２)２組の対角



ア　△ABC≡△CDA
イ　AB＝CD、BC＝DA

合同な図形の対応する角は等しい
∠B＝∠D
また、∠BAC＝∠DCA
　∠BCA＝∠DAC
よって、∠A＝∠D

まとめ
三角形の合同の関係から証明できたので、どの平行四辺形でも対辺と対角の性質が成り立つ。

⑦他にも成り立つ関係はみつかるかな。

本時の流れ

①平行四辺形の定義をもとに図をかく。
②問題把握→平行四辺形の性質を見いだす。
③対辺や対角が等しいことは、既習の性質を使って証明する必要がある。
④課題(めあて)を据える。
⑤自力思考→完成した証明を振り返り、考察する。
⑥課題解決→全体で、証明の必要性を確認する
⑦課題追究⇒⑤をもとに、他の性質の証明を考察する。
⑧⑦を口頭で確認する。
⑨(１)と(２)の証明の共通点を見いだす。
⑩全体でまとめを行う。
⑪次時への新たな問いを引き出す。
⑫本時の学習について個々の振り返りを行う。

第２学年　数学科板書型指導案（11 時/20 時間）

単元名(図形の性質と証明)

令和２年 12 月 15 日（火）
授業者　花城　志歩

1　ねらい

平行四辺形の対角線に着目し、その性質を見いだし、根拠をあげながら証明する。

2　本時の指導の工夫

＊番号は本時の流れとのつながり

②前時を想起させた上で、対辺・対角以外に注目するように性質を見いださせる。

⑦本時は１つの性質を確かめる証明を取り上げるため、証明の方針から証明するまでの問題解決を重視する。

⑧前時と同じように三角形の合同を示すこと、三角形のペアが２パターンあっても証明の考え方が変わらないことを考察させる。

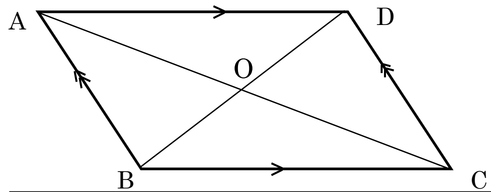
⑩平行四辺形の性質の逆の事柄を考えることを次時への問いとして引き出す。

3　評価〈評価方法〉

知①平行四辺形の性質を理解している。
〈小テ，振シートア❶→平行線の性質や合同条件を使うのはこれまでの学習と似ている〉

課題（めあて）：対角線の性質が成り立つことをどうやって証明するかな？

$\boxed{\text{T1}}$　前時とは異なることに注目して他の関係をみつけよう。



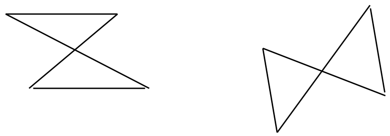
〈みつけた関係〉
・対角線は中点で交わる
・~~対角線は等しい~~

前時と証明の考え方は変わるかな？

〈証明の方針〉
・２つの三角形の合同を示す

注目する三角形はどれ？

△AOD と△COB　　　△AOB と△COD



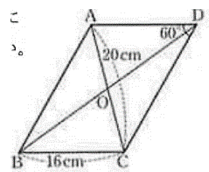
・平行線の性質を使えそう。

〈証明〉
△AOD と△COB において
平行四辺形の対辺だから、
AD＝CB･･･①
AD//CB より、平行線の錯角だから、
∠DAO＝∠BCO･･･②
∠ADO＝∠CBO･･･③
①、②、③より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、
△AOD≡△COB
合同な図形の対応する辺は等しいから
AO＝CO、BO＝DO
つまり、平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる

まとめ
前時と同じく合同な関係から、対角線の性質を証明する。三角形のペアを変えても同じ考え方である

注目する三角形を変えると、証明は変わる？

$\boxed{\text{T２}}$



〈平行四辺形の性質〉
❶ 平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しい
❷ 平行四辺形の２組の対角はそれぞれ等しい
❸ 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる

⑦視点を変えて考えてみよう。

本時の流れ

①平行四辺形の対角線を引く。
②問題把握→対角線の交点が中点であることに着目する
③前時と同様に証明する必要がある。
④課題(めあて)を据える。
⑤自力思考→証明の方針を立てる。
⑥証明の方針が２つあることを全体で取り上げる。
⑦課題解決→証明の方針をもとに証明をかく。
　どの三角形のペアを選んでもよい。
⑧課題追究⇒⑦をもとに、証明を考察する。
⑨平行四辺形の性質を利用して、$\boxed{\text{T2}}$を解決する。
⑩新たな問いを引き出す。
⑪全体でまとめを行う。
⑫本時の学習について個々の振り返りを行う。

第２学年　数学科板書型指導案（12 時/20 時間）

単元名(図形の性質と証明)

令和２年 12 月 16 日（水）
授業者　花城　志歩

１　ねらい

平行四辺形の性質の逆の事柄に着目し、どんな四角形ならば平行四辺形になるかの条件を考える。

２　本時の指導の工夫

＊番号は本時の流れとのつながり

①前時でおさえている視点を変えて逆を考えることを明確に示した上で、平行四辺形の性質の逆を考えさせる。

⑤証明の方針を立てるときに、平行四辺形になることを示すには定義の対辺が平行であることをおさえ、平行と言える根拠を既習から想起させる。

T「これまでの学習の中で、平行線と言える場合はどんな条件があったかな」

S「同位角・錯角が等しいなら平行」

⑥等しい辺や角は図に書き込み、合同条件から結論までの論証を記述させる。（ミニ証明）

⑨「対角が等しい四角形」の証明は、方針と証明をつなげて考察できる場面とする。（T２）

３　評価〈評価方法〉

思①平行四辺形になるための条件を論理的に確かめる。〈ノート、振シートア❸→性質の逆で平行四辺形と示すためには、平行線になる条件が証明に有効である〉

課題（めあて）：性質の逆で考えた四角形は、平行四辺形になるかな？

〈平行四辺形の性質〉
平行四辺形　❶ ２組の対辺は等しい
　　　　　　❷ ２組の対角は等しい
　　　　　　❸ 対角線は中点で交わる

逆

❶の逆　２組の対辺が等しい→平行四辺形
❷の逆　２組の対角が等しい→平行四辺形
❸の逆　対角線が中点で交わる→平行四辺形

?性質の❸の逆や他の条件はどうかな？

まとめ
視点を変えて、性質の①②の逆を考えると、平行四辺形になる条件が証明できた。

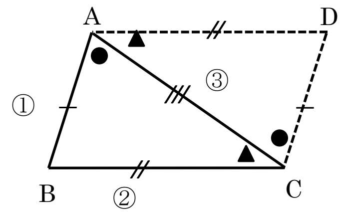
T1「２組の対辺が等しい四角形」が平行四辺形か確かめよう。

〈証明の方針〉

・２つの三角形の合同を示す
・平行四辺形になることを示す
　→対辺が平行

平行線と言うためには？

・錯角が等しいことをみつけたい。

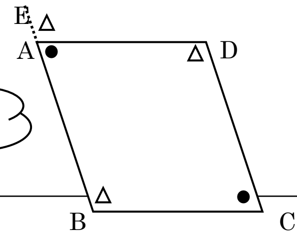


<ミニ証明>

上の図の①、②、③より、3組の辺がそれぞれ等しいから、
　△ABC≡△CDA
合同な図形の対応する角は等しいから
●と▲から錯角が等しい
つまり、AD//BC　、 AB//DC
よって、四角形 ABCD は平行四辺形になる

T２「２組の角が等しい四角形」が平行四辺形か確かめよう。

T1 と T2 の証明の共通点は？



<証明>

四角形の内角の和は 360° だから、
∠A＋∠B＋∠C＋∠D ＝360°
仮定より、∠A＝∠C　，∠B＝∠D　であるから
∠A＋∠B＝180°　･･･①
頂点 A から補助線をひき外角∠DAE をつくると、
∠DAE＋∠DAB＝180°　･･･②
①，②より、∠DAE＝∠B
よって、同位角が等しいから、　AD//BC
同様にして、　　　　　　　　　AB//DC
これより、2組の対辺が平行だから、
四角形 ABCD は平行四辺形である。

本時の流れ

①平行四辺形の性質の逆を確認する。
②めあて(課題)を据える
③２組の対辺が等しい四角形をかく。
④自力思考→証明の方針を立てる。
⑤証明の方針において、合同な関係と平行線になる条件を使うことをおさえる。
⑥課題解決→ミニ証明を考える。
⑦全体共有で、筋道立てた証明をふり返る。
⑧課題追究⇒２組の対角が等しい四角形を考える
⑨証明の方針と実際の証明を合わせて考察する。
⑩T1 とＴ２で共通する根拠をみつける。
⑪全体でまとめを行う。
⑫次時への問いを引き出す。
⑬本時の学習について個々の振り返りを行う。

第２学年　数学科板書型指導案（13 時/20 時間）

単元名(図形の性質と証明)

令和２年 12 月 21 日（月）
授業者　花城　志歩

１　ねらい

性質の逆の事柄以外でも、平行四辺形になる条件を見いだし、証明を考える。

２　本時の指導の工夫

＊番号は本時の流れとのつながり

①性質の逆以外の他の条件が把握しやすいように、２組の対辺を１組に変えることに着目させて、新たな条件で図をかかせる。

⑤証明に必要な事柄や根拠に着目するために、２通りの補助線を考察させる。

⑧他の条件に着目させて、証明をふり返って根拠が変わっても証明できるかを発展的に考える場面を設定する。

⑩証明した条件を根拠として、平行四辺形になるのか問題を解決させる。

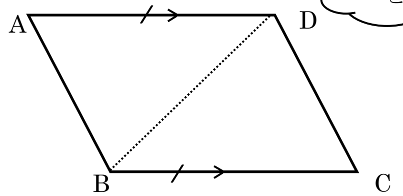
３　評価〈評価方法〉

知①平行四辺形になるための条件を理解している。〈ノート、振シートア❷→平行四辺形になるための条件を根拠として問題が解決できる。〉

課題(めあて)：他の条件でも、平行四辺形になるかな？

T1 ノートのけい線を利用して
四角形をかく
⇒平行線　と　長さ等しい

〈みつけた関係〉
１組の対辺が平行で長さが等しい
四角形も、平行四辺形になりそう



２組の対辺
を変える

平行四辺形になるための条件
①２組の対辺が等しい→平行四辺形
②２組の対角が等しい→平行四辺形
③「対角線が中点で交わる→平行四辺形
④１組の対辺が平行で長さが等しい
→平行四辺形

〈証明の方針〉

◇２つの三角形の合同を示せばよい。
→補助線をひく

ACとBDどっち？

◇平行四辺形になることを示す
・錯角/同位角
・平行四辺形の性質❶～❸

まとめ
１組の対辺の条件だけでも、平行四辺形になる。

〈証明〉

対角線 BD をひく。
△ABD と△CDB において
仮定より、AD＝CB　・・・①
AD//CB より、錯角は等しいから
∠ADB＝∠CBD　・・・②
共通の辺より、BD＝DB　・・・③
①、②、③より、２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、
△ABD≡△CDB
対応する角だから
∠ADB＝∠CBD
錯角が等しいから AB//DC
四角形 ABCD は平行四辺形になる

〈証明の振り返り〉

対角線 AC をひくと証明はどうなるかな？

根拠を変えて結論が言えるかな？

対応する辺だから
AB＝DC
２組の対辺が等しいから

平行四辺形に
なるための条件

T２ 次の四角形で、いつもで平行四辺形になるのは？
ア　AB＝DC ， AD＝BC
イ　AB＝DC ， AD//BC

?平行四辺形になるための条件を問題に使ってみよう。

本時の流れ

①罫線を利用して四角形をかく。
②めあて(課題)を据える
③条件に合った四角形をかく。
④自力思考→証明の方針を立てる。
⑤証明の方針において、三角形の合同を示すために、必要な補助線を考察する。
⑥課題解決→証明を考える。
⑦意図的指名で、証明を発表し、全体で共有する。
⑧課題追究⇒証明振り返り、根拠を変えても結論が示せるかを考察する。
⑨全体でまとめをする。
⑩T2 で、平行四辺形になるための条件を問題解決に使う。
⑪次時への問いを引き出す。
⑫本時の学習について個々の振り返りを行う。

第２学年　数学科板書型指導案（16 時/20 時間）

単元名(図形の性質と証明)

令和３年１月５日（火）
授業者　花城　志歩

１　ねらい

長方形、ひし形、正方形の定義をふまえて平行四辺形と比較しながら、四角形の関連性を考える。

２　本時の指導の工夫

＊番号は本時の流れとのつながり

①複数の四角形を扱うため、小学校の既習であるそれぞれの定義は授業プリントで図をかきながら確認させる。

④既習事項を活用できるように、小集団や全体での共有の場を設定する。

⑥三角形から四角形に視点を変えて考察する課題設定をする。

⑦四角形の関係性に着目しながら、一般から特殊の視点で考察し、関係図を自力解決させる。

⑨平行四辺形の特別な四角形であることを根拠に説明できるように、前時の問題の変わらない事柄に着目させる。

３　評価〈評価方法〉

知①平行四辺形の性質を四角形の関係性を考えるのに生かそうとしている。〈振シートイ❷→長方形が平行四辺形の特別なものとみる〉

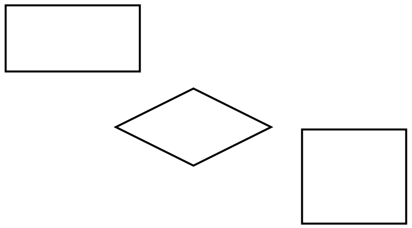
課題(めあて)：平行四辺形と他の四角形はどんな関係かな？

四角形の定義

長方形…４つの角がすべて等しい

ひし形…４つの辺がすべて等しい

正方形…４つの角がすべて等しく、４つの辺がすべて等しい



平行四辺形になるための条件

①２組の対辺が等しい→平行四辺形

②２組の対角が等しい→平行四辺形

③「対角線が中点で交わる→平行四辺形

④１組の対辺が平行で長さが等しい→平行四辺形

$\boxed{\text{T1}}$４つの四角形で「平行四辺形である」といえる関係はどれだろうか。根拠を用いた説明を考えよう。

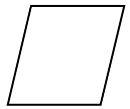
根拠は？

〈みつけた関係〉

長方形は平行四辺形といえる

ひし形は平行四辺形といえる

正方形は・・・



〈自分〉

それぞれの定義が使えそう

〈友達/全体〉

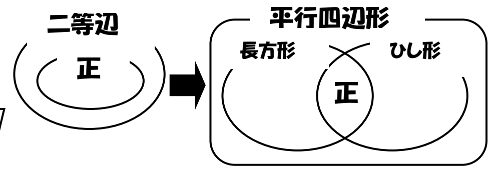
長方形の定義は4つの角が等しいから、２組の対角が等しいといえる。

よって、平行四辺形になるための条件②より、長方形は平行四辺形である。

ひし形や正方形も「平行四辺形になる条件」を使う

★四角形の関係図は？

〈例〉三角形　　　四角形



まとめ

長方形、ひし形、正方形は平行四辺形の特別な四角形である

$\boxed{\text{T２}}$５－１５の問題で、「平行四辺形ABCD」が他の四角形でも、AE＝CF は成り立つだろうか。

○○○ならば、AE＝CF は成り立つ

長方形
ひし形
正方形

×台形

?対辺や対角以外に視点を変えて、四角形の関係を確かめてみよう

本時の流れ

①図をかきながら、長方形、ひし形、正方形の定義を確認する。

②めあて(課題)を据える。

③自力思考→平行四辺形と比較して、見通しをもつ。

④課題解決→友達や全体の考えを合わせて、関係を説明する。

⑤平行四辺形になる条件を使うことを共有する。

⑥三角形の関係図をもとに、四角形の関係図を考える。

⑦四角形の関係図を正しく表し、平行四辺形の特別な四角形になることを理解する。

⑧課題追究⇒結果を振り返って、前時の問題の平行四辺形を他の四角形に変えて考察する

⑨四角形の関係を根拠に説明する。

⑩次時への問いを持ち、個々の振り返りをする。

第２学年　数学科板書型指導案（17 時/20 時間）

単元名(図形の性質と証明)

令和３年１月６日（水）
授業者　花城　志歩

１　ねらい

対角線に着目して、四角形の特徴や関係を理解する。

２　本時の指導の工夫

＊番号は本時の流れとのつながり

②前時に見いだした性質を用いた問題を導入で扱うことで、理解の定着を図る。

③前時の視点を変えることで、授業の連続性を持たせる。

⑥部分的に絞った簡易型証明としてミニ証明で解決することで、タイムマネジメントの効率化とどの生徒も取り組みやすいように工夫する。

⑧ミニ証明での解決が難しかった生徒でも、リピート証明で発表した生徒をモデルに証明を振り返りながら考察させる。

⑩四角形の関係を条件を付加する形式で提示し、一般から特殊への考察の仕方を全体で確認する。

３　評価〈評価方法〉

知①それぞれの対角線の性質をもとに四角形の包摂関係を理解している。〈小テ〉

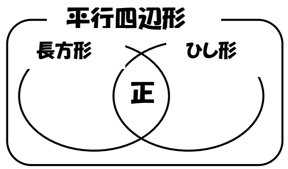
課題（めあて）：対角線に注目すると、どんな特徴があるかな？

T1 平行四辺形以外の四角形も、対角線に着目して性質を考えてみよう。

（1）長方形、ひし形、平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるか。

いえる　・　いえない

〈理由〉平行四辺形の特別な四角形だから

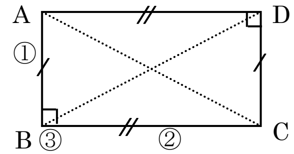


まとめ
長方形の対角線は長さが等しい
ひし形の対角線は垂直に交わる

?これまで学習した三角形と四角形の面積について考えてみよう

（2）(1)以外に、長方形とひし形の対角線の関係をみつけてみよう

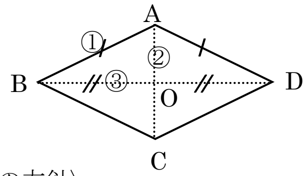
〈みつけた関係〉
長方形の対角線は、長さが等しい？　　ひし形の対角線は、垂直に交わる？



〈証明の方針〉
△ABC と△DCB の合同を示せばよい
〈＋α〉
結論は　AC＝BD

<ミニ証明>

①、②、③より、２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、
△ABC ≡ △DCB
対応する辺より AC＝BD

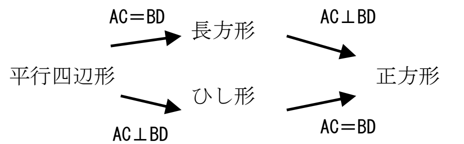


〈証明の方針〉
△ABO と△ADO の合同を示せばよい
〈＋α〉
結論は　AC⊥BD

<ミニ証明>

①、②、③より、３組がそれぞれ等しいから、△AOB ≡ △AOD
∠AOB＋∠AOD＝180°
また、∠AOB＝∠AOD＝90°
よって、AC⊥BD

T２　正しいかな？
（1）正しくない
（2）正しくない
どちらも、正方形もあてはまる



本時の流れ

①前時の四角形の関係図を確認する。
②①をふまえて、導入の問題を解決する。
③前時の視点を変えて、めあて(課題)を据える。
④図をかきながら、性質を見いだす。
⑤自力思考→証明の方針を立てる。
⑥課題解決→図に等しい辺や角に印を書き込みながら、証明（ミニ証明）を考える。
⑦意図的指名で、証明を発表し、全体で共有する。
⑧ひし形の証明を近くの人とリピート証明して、自分で証明を辿る。
⑨T2 で、四角形の対角線の性質を用いる。
⑩前時の四角形の包摂関係を対角線の性質を用いて確認。
⑪次時への問いを引き出す。
⑫本時の学習について個々の振り返りを行う。

第２学年　数学科板書型指導案（18 時/20 時間）

単元名(図形の性質と証明)

令和３年１月７日（木）
授業者　花城　志歩

１　ねらい

形が違う三角形でも、平行線の性質により面積が等しいことを理解している。

２　本時の指導の工夫

＊番号は本時の流れとのつながり

①それぞれがかいた台形の図で考察することで、一般性にもふれる。

②２つの三角形の形は違っていて、合同でないことに着目させながら、めあてを据える。

⑤台形の性質から高さの関係性を考察させる。

⑧解決を〈考えた手順〉として提示することで、図をかいてからの考察の時間を確保する。

⑩四角形を三角形に変えても面積が等しいと言えることを全体で共有させる。

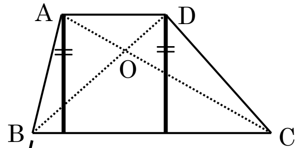
⑪T1 で見いだした性質「底辺が共通で高さが等しい」ことを用いていることから、解決の過程で有効な考え方であることを確認する。

３　評価〈評価方法〉

知②平行線の性質に着目しながら、高さが等しいことを理解している。〈小テ〉

課題（めあて）：AD//BC の間の三角形の面積はどんな関係かな？

T1 AD//BC の台形 ABCD
△ABC と△DBC の面積は？

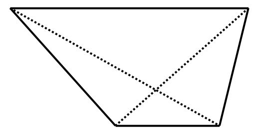


〈みつけた関係〉
△ABC が大きい？
△DBC が大きい？
２つは等しい
＊形が違う三角形

〈説明〉・・・自分の考え
合同ではない。

どうやって大きいと言えるかな？

三角形の面積＝底辺×高さ÷２
台形　⇒AD//BC を使う？



〈説明〉･･･友達/全体で

底辺 BC が共通で、
AD//BC より、高さが等しいから
△ABC＝△DBC

平行線の性質

面積が等しい

★他に面積の等しい三角形の組をみつけよう。

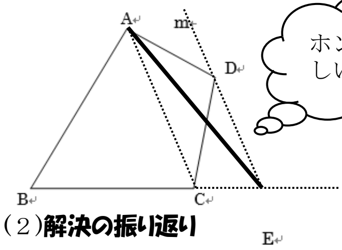
・△CDA＝△BAD
↓
・△CDO＝△BAD

共通部分△OBC をひいて・・・

T２ 四角形 ABCD を、面積を変えずに三角形にするにはどうするかな？

〈考えた手順〉
１　対角線をひく
２　頂点 D を通り、AC に平行な直線 m をひき、辺 BC の延長との交点 E とする
３　点 A と E を結び、△ABE をつくる

（１)上の手順で、△ABE をかいてみよう



ホントに等しいかな？

（２)解決の振り返り

△ADC と△AEC は
底辺 BC が共通で
AC//m より、高さが等しいから
△ADC＝△AEC
よって、四角形 ABCD＝△ABE

有効な考え方

まとめ
底辺が共通で、平行線にできる高さは等しいから、三角形の面積は等しい

本時の流れ

①台形の図をかいて、２つの三角形に注目する。
②２つの三角形の大きさの関係を予想→めあて
③自力思考→予想が正しいことの説明を考える。
④既習事項を想起し、面積を求める式を確認する。
⑤台形の上辺と下辺の関係に着目させ、三角形の高さを考察する。
⑥課題解決→面積が等しいことの説明を全体で共有
⑦同じ図で視点を変えて、他に等しい関係を見いだす。
⑧T2 で、〈考えた手順〉通りに図をかく。
⑨⑧の図から、面積が等しいことを確かめる。
⑩T１で見いだした性質を用いて、四角形から三角形に等積変形できていることを全体で共有する。
⑪平行線の性質の考え方が解決に有効であることの確認。
⑫本時の学習について個々の振り返りを行う。