

## <数学>

# 課題学習による数学的な見方や考え方を育てる指導の工夫

糸満市立兼城中学校教諭 嘉 数 雄 信

## I テーマ設定の理由

21世紀に向けて、我が国の社会は、様々な面で、大きく変化していくことが見込まれ、これらの変化を踏まえた新しい時代において、生徒は、社会に対応していくことができる資質や能力を身につけることが求められる。そのためには、自ら学び自ら問題をよりよく解決する力を育成する教育を一層推進することが必要である。

これまでの私の数学の指導方法を振り返ってみると、知識の習得や技能の習熟に重点が置かれ、教師主導の知識注入的な授業であり、生徒が自ら考えようとせず、受け身になりがちであった。そのため、興味・関心や数学的な考え方といった人間本来の知的好奇心を駆り立てる工夫が不足し、意欲的な態度、継続的な探求活動を身につけさせることができなかった。この意欲的な態度、継続的な探求活動こそ、生徒の理解の深さはもちろん、後々新たな知識を構成していく際に、その知識の生かし方（活用能力）に大きな影響を与えようとする。

そこで、作業、観察、実験、調査などの活動を重視した課題学習を通して、生徒が主体的に問題を解決し、数学的活動の楽しさ等の成就感を味わい、その後の数学的な見方や考え方の学習活動が、さらに深まっていくだろうと考え、本テーマを設定した。

<研究仮説>

作業、観察、実験、調査などの活動を重視した課題学習を行えば、一人一人の生徒がその解決に興味をもって積極的に取り組み、数学を学ぶことの楽しさや成就感を味わい、主体的に学習に取り組み、数学的な考え方が育まれるだろう。

## II 研究内容

### 1 数学的活動について

今回の中学校学習指導要領改訂で新しく「数学的活動の楽しさ」が加えられた。これは、平成元年に目標に入れられた「数学的な見方や考え方のよさ」に加えて、更に情意的な側面を大切にし、数学を学ぶことへの意欲を高めるとともに、数学を学ぶ過程

を大切にすると趣旨によるものである。単にでき上がった数学を知るのではなく、次のようなことが大切である。

- ① 事象を観察して法則を見つけて事柄の性質を明らかにする過程
- ② 具体的な操作や実験を試みることを通して数学的な内容を帰納したりする過程
- ③ 数学を創造し発展させる活動を通して数学を学ぶことを経験させる過程

これらの過程の中にみられる工夫、驚き、感動を味わい、数学を学ぶことの面白さ、考えることの楽しさを味わえるようにすることで、数学的な考え方が用いられ、数学的な見方や考え方も高まることが期待される。

数学的活動には、観察、操作、実験、実習などの外的な活動と、直観、類推、帰納、演繹などの内的な活動が考えられる。小学校では、算数的活動として、主として作業的・体験的な活動などを、中学校では、数学的活動として観察、操作、実験を通じた数理的な考察をする活動などがある。

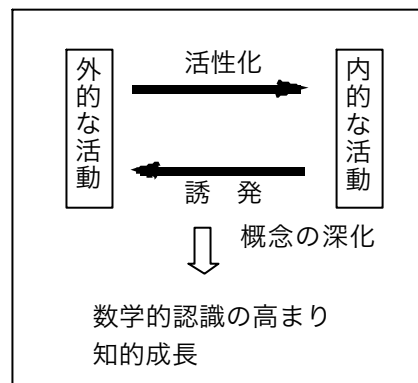


図1 数学的活動

### 2 数学的な見方や考え方について

#### (1) 数学的な見方や考え方の捉え方

数学的な見方や考え方についての捉え方は、研究者によってさまざまである。片桐重男(1988)は、数学的な事象を考える時に、数学の方法に関係した考え方と内容に関係した考え方の2つに分けている。

#### ① 数学の方法に関係した考え方

数学の方法に関係した考え方とは、問題解決に当たっての手だて、着眼点であり、既習の知識技能を引き出す背景となるものである。問題の解決に当たって、問題を解く前に問題の意味を明確にし、見通しを立てるといった態度と、条件を簡単にして考え、既習の似た問題と同じ方法で解決できないかといっ

た数学的な見方や考え方が要求される。また、日常生活にある問題を処理する際に、問題を数理的にとらえ、数学的な関係を用いることができる形に置き換え、解決を図ろうとする態度も数学的な見方や考え方である。(表1)

## ② 数学の内容に関係した考え方

中学校ではいろいろな概念や原理・法則、表現や処理の仕方を学習していくが、それらがどのように構成され、組み立てられているか、その中心となっている考え方は何か、どのような考え方が概念や原理・法則の基礎を支えているものが数学的な見方や考え方であり、数学の概念や原理・法則を指導する際、中学生にふさわしい形で数学が創造される過程を実感できるようにすることが大切である。(表2)

表1 数学の方法に関する数学的な考え方

|          |          |
|----------|----------|
| ・帰納的な考え方 | ・類推的な考え方 |
| ・演繹的な考え方 | ・統合的な考え方 |
| ・発展的な考え方 | ・抽象化の考え方 |
| ・単純化の考え方 | ・一般化の考え方 |
| ・特殊化の考え方 | ・記号化の考え方 |

表2 数学の内容に関係した考え方

|           |            |
|-----------|------------|
| ・単位の考え    | ・表現の考え     |
| ・操作の考え    | ・アルゴリズムの考え |
| ・概括的把握の考え | ・基本的性質の考え  |
| ・関数的な考え   | ・式についての考え  |

## (2) 数学的な見方や考え方のよさを知ること

数学的な見方や考え方は、問題を解決するときや、数学を構成するときの学習活動の中で、そのよさを体験的に知ることができる。

例えば、数値化することにより、処理が容易になり、かつ正確になる。また図形化は視覚に訴え、わかりやすくとらえることができる。樹形図、線分図、グラフ等も同様である。用語・記号は、簡潔・明確に表現できる。

数学的な見方や考え方のよさを知るということは、「数理的な考察処理の簡潔さ、明瞭さ、的確さなどのよさがわかるようになる」ということである。指導にあたって生徒の情意的な面にも配慮することが大切である。つまり生徒が、学習を通して数理的に考察することのよさや楽しさをわかり、意欲的に学習する態度を身につけ、自ら進んで数学的な見方や考え方ができるようになる。その結果、生徒は数学を活用する能力が豊かになる。

生徒が数学的な見方や考え方のよさを感じ取れるようにするためには、授業の中で生徒が感動したり、

納得したりする場面を適切に作っていき、数学の有用性が、中学生にふさわしい形で実感できるように教材や指導を工夫し、また同時に指導者も数学的な見方や考え方のよさを感じ取ることが大切である。

## (3) 数学を活用する態度の育成を目指す指導

数学を活用することは、まず数学を使う場面を見つけることである。日常場面においては折を見て適切な課題を用意することにより、その機会を設けることができる。特にそうした場を積極的に探そうとする習慣を身につけるよう配慮することが大切である。計画を立てるに当たって、教師の「数学を活用しようとする態度」は大きな意義を持つ。数学教育に対する教師の姿勢は、生徒の情意的な面に関わりが深く、教師の数学を活用していこうとする積極的な態度が生徒の「数学を活用する態度」を育成していくものである。

## 3 課題学習について

生徒が興味・関心を持って、意欲的に問題解決に取り組むためには、教材の選択と開発が不可欠である。数学の各領域を総合したり、数学と日常生活と関連づけたり、時には他教科と組み合わせた問題を取り上げたりした「課題学習」は、生徒の主体的な学習を促し、数学的な見方や考え方を生かし、数学を活用することのよさを実感させる学習活動である。

### (1) 課題学習のねらい

生徒の自ら学び自ら問題を解決するような主体的な学習を促し、数学的な見方や考え方の育成を図る。

### (2) 課題学習での課題の満たすべき条件

課題学習での課題は、一人一人の生徒がその解決に興味をもって積極的に取り組み、その主体的な追求が最後まで持続する内容をもつことが重要である。それは、「学ぶことの楽しさや成就することを感じ得る」ことが可能となるように、次のような要件をできるだけ多く満たす課題であることが望まれる。

- ① 一人一人の生徒が様々な思考や創意工夫を行うことができ、意欲的な追求を継続することができるような課題
- ② 一人一人の生徒がそれぞれの方法で結果を見通すことのできるような課題
- ③ 解決のために多様な数学的な見方や考え方が発揮されるような課題
- ④ その解決だけにとどまらず、一般化が可能であるような課題
- ⑤ その評価の観点を、数学的な見方や考え方と、それを活用する能力及びよさを感じ得る態度におくことができるような課題

### (3) 課題学習の進め方

課題学習は、取り扱う時間の長短にかかわらず、次の一連の過程を念頭において行うことが適切である。

- ① 課題を自分（生徒自身）のものとしてとらえる
- ② 課題追求を行う
- ③ 解決する
- ④ 結果をまとめ、他へ伝える
- ⑤ 振り返ってみる。

### (4) 指導上の留意点

課題学習で期待されていることは、生徒が自分の能力・適性や興味・関心に応じて、自らの課題を見だし、自らの方法で、その解決を図ろうとする、主体的な学習活動である。したがって、課題は教師が一方的に与えて、「～を求めよ。」と提示するものではなく、生徒自ら主体的に取り組む中から見だしていけるようにする。課題学習の指導上の留意点は以下のことである。

- ① じっくりと考える場を用意する。
- ② 教師は適切な場面設定を行い、課題を見いだす手助けをする。
- ③ 生徒一人一人の自由な発想と課題に対するアプローチを大切にする。
- ④ 教師も生徒とともに考え、数学を創り鑑賞するという態度で指導にあたる。
- ⑤ 課題を追求した結果のまとめでは、生徒一人一人が自分の考えを振り返り、論理的に整理する過程を大切にする。

### (5) 評価について

課題学習の評価に当たっては、生徒が学習に取り組んでいる意欲や態度面に重点を置き、学習の結果だけではなく、一人ひとりの生徒の学習の過程を適切に観察することが大切である。

次のような生徒を見逃さず、積極的に評価していくことが望まれる。

ア 途中までであっても、自分なりに考え続けようとしている生徒

イ 結果そのものは間違いであったとしても、課題を追求したことの成就感を感じている生徒

ウ 時間はかかっても、自らじっくり考え、学び方や表現・処理の仕方を身につけている生徒

このように、生徒の良い点や粘り強く考え続けている過程などに目を向け、それを励まし、伸ばしていくような指導と評価が必要である。

#### ① 評価の観点

評価の観点としては、次のようなものが挙げられる。

ア 課題の設定にどのような積極的な姿勢があったか。

イ 興味・関心をもち、意欲的に課題に取り組み主体的に学習したか。

ウ 課題を解決した後、成就感・満足感を味わうことができたか。

エ 数学を楽しく学ぶ喜びを味わうことができたか。

オ 数学的な見方や考え方を身に付けることができたか。

#### ② 評価の場面と方法

次のような観点から評価の場面や方法も工夫されなければならない。

ア 個々の生徒の学習過程を観察する。

イ 課題学習の内容をレポートにまとめる。

ウ 感想文をかく。

エ 学習の過程や活動について自己評価をする。

オ 課題学習の成果について個人またはグループで発表する機会を設ける。

## Ⅲ 指導の実際

### 1 単元名 課題学習

### 2 単元について

生徒は、目的のある体験的な学習には興味を示す。本課題は、体験的な学習活動（ゲーム）を重視した題材である。誰もが意欲的にかかわり、自ら課題を設定しながらアイデアをもって創造性を発揮しながら継続的に学習を進めていき、主体的に学習に取り組み、数学的な見方や考え方を育むことを目的として設定した。

ゲームを数学の指導に取り入れることの意義としてはいくつか考えられるだろうが、最も大きな意義として、ゲームではルールや勝負があるために生徒たちが興味を持って取り組み、活動する中で数学の学習をすることができるということがあげられる。このようなゲームを中学校数学科の指導内容と数学的な考え方を直接関係づけて授業を行うことは、数学を楽しく興味をもって学習するという観点から重要なことだと考える。

### 3 単元の目標

生徒の自ら学び、自ら問題を解決するような主体的な学習を促し、数学的な見方や考え方を生かし、数学を活用することのよさを実感させる。

① 勝つための規則を推論することができる。

② ゲームの必勝法を見つけたら、考察した結

果をまとめ、他へ伝えることができる。

- ③ 既習事項を活用して、進んで違った問題をつくったり、解決しようとする。
- ④ 問題づくり学習を通して、数学を学ぶことのよさや楽しさがわかる。

#### 4 指導計画

碁石を1にする問題 (2時間)

#### 5 本時の学習指導 (第1時)

- (1) 題材名 「碁石を1にする問題」(課題学習)
- (2) 本時の目標
- 必勝法を考える過程で、ゲームの中にある勝つための規則性を見つけていくことを通して、事象を数

理的に考察することの大切さや楽しさに気づく。

#### (3) 課題

課題1 次のゲームの必勝法を見つけよう。

碁石が17個あります。ジャンケンをして勝った人が先攻後攻を選び、交代で、碁石を1個、2個、3個のいずれかの数を取っていきます。最後に碁石を1個にすると勝ちです。

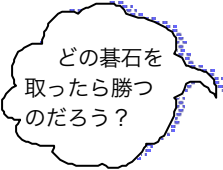
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ●

課題2 条件を変更したゲームをつくり、必勝法を見つけよう。

#### (4) 準備するもの

学習プリント 碁石

#### (5) 本時の展開

| 時間         | 生徒の活動・予想される反応                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 教師の活動                                                                                                                                                                | 評価・留意事項                                                                                                                                    |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 導入<br>10分  | 1. 問題把握<br>ゲームのルールの説明を聞き、生徒の代表と教師でゲームを行う。<br>課題1 碁石が17個あります。ジャンケンをして勝った人が先攻後攻を選び、交代で、碁石を1個、2個、3個のいずれかの数を取っていきます。最後に碁石を1個にすると勝ちです。<br>○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ●                                                                                                                                                                                        | 1. 問題提示                                                                                                                                                              | ゲームのルールについてわからない生徒がいないか確認する。<br>(2～3回行う)                                                                                                   |
| 展開<br>30分  | 2. ゲームに取り組む。<br>3. 勝つためにはどうすればよいか考える。<br>このゲームは、頭と運の両方が必要になります。勝ち方がひらめいても、運に左右されます。しかし、勝ち方がわかっている人の方が有利になるのは当然です。その勝ち方を見つけて下さい。<br><br>どの碁石を取ったら勝つのだろう？<br><br>4. 見つけた必勝法をまとめる。<br>5. 発表する。 | 2. 2人1組になってゲームをさせる。<br>3. 何度かゲームをさせる中で必勝法を考えさせる。<br>(必勝法を考える過程で、ゲームの中にある勝つための規則性を見つけていくことを通して、事象を数理的に考察することの大切さに気づかせる。)<br>4. 必勝法をまとめさせる。<br>5. 指名して2～3名にはっきりと発表させる。 | 意欲的に取り組んでいるか。<br>図示してみる。<br>ポイントとなる碁石は何番目か式に表せないか。<br>規則を見つけにくい生徒には碁石の数を減らして考えさせる。<br>自分の考えをわかりやすくまとめることができるか。<br>他の生徒の考えのよさを取り入れることができるか。 |
| まとめ<br>10分 | 6. 学習全体を通しての感想を書く。(自己評価表)<br>7. 次時の予告<br>条件を変更したゲームをつくる。                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 6. 学習全体を通しての感想を書かせる。(自己評価表)<br>7. 次時の予告                                                                                                                              | 自分の学習について振り返らせ、次時の学習に向けての意欲につなげる。                                                                                                          |

#### 6 授業の考察

「碁石を1にすると勝ち」という、ルールが簡単

なゲームは、勝ち負けもはっきりしているため、生徒にとっては興味を持ちやすく意欲的に取り組める

題材である。

2人で試行錯誤しながら、勝つためのポイントとなる碁石を見つけ、その碁石を取るためにどうしたらいいかと考えながら、規則や必勝法を見つけることができた。また、条件を変更してゲームをつくる授業では、楽しそうにゲームをいろいろと考えている様子が見られた。

### (1) 生徒が見つけた必勝法

- ① 最後から5個目の碁石を取った人が負け。
- ② 最後から6個目の碁石を取ったら勝つ。
- ③ 先攻と後攻の碁石の数を足して4になればよい
- ④ 図をかいて  
  
◎を取るようにすれば勝てる
- ⑤ 最初から  $4 \times n$  番目の碁石を全部取れば勝てる
- ⑥ 後攻の場合  $\dots 4 - n$  (相手) = 自分の数  
先攻の場合  $\dots 4n + 1$  (5, 9, 13) 番目の碁石を取らないようにする。

### (2) 条件を変更したゲームとその必勝法

次に、ゲームの条件を変更し、必勝法を考えさせるところ、1度に取りれる碁石の数を変更する生徒が多かった。

また、最初の碁石の数を、増やしたり、減らした場合や、碁石の並べ方を変えたり、「碁石を0にしたら勝ち」と勝ちの条件を変更をしたものもあり、いろいろと条件を多く変更したので、必勝法を見つけるのに苦労していた。

#### ア、1度に取りれる碁石の数を変更したゲーム

- ① 碁石が17個あります。碁石を1個～2個のいずれかの数を取る。(H男)  
手順1 ジャンケンをやった後攻をとる。  
手順2 まず、1個取る。  
手順3 相手が1個取ったら2個取る。  
相手が2個取ったら1個取る。  
(相手+自分=3)

#### イ、最初の碁石の数を変更したゲーム

- ① 碁石が21個あります。碁石を1個～3個のいずれかの数を取る。(A男)  
手順1 ジャンケンをやった後攻をとる  
手順2 相手が1個取ったら、自分は3個取る  
相手が2個取ったら、自分は2個取る  
相手が3個取ったら、自分は1個取る  
手順3 つまり、◎を取る (相手+自分=4)  


#### ウ、最初の碁石と1度に取りれる碁石の数を変更しゲーム

- ① 碁石が21個あります。碁石を1個～4個のいずれかの数を取る。(A男)  
手順1 ジャンケンをやった後攻をとる  
手順2 相手が2個取ったら、自分は3個取る  
相手が3個取ったら、自分は2個取る  
手順3 つまり、◎を取る (相手+自分=5)  

- ② 碁石が18個あります。碁石を1個～4個のいずれかの数を取る。(J子)  
先攻が勝つには、最初2個取る。その後は5から後攻の人が取った数を引いた数を取る。つまり、先攻が有利。
- ③ 碁石が21個あります。碁石を1個または4個のいずれかの数を取る。(K子)  
  
碁石の数を2個のとき、3個のときと場合分けをしながら考えると、◎◎◎◎を単位として繰り返されていることがわかった。(◎を取る)  
後攻が有利。

#### エ、勝ちの条件を変更したゲーム

- ① 碁石が17個あります。碁石を1個～3個のいずれかの数を取っていきます。最後に碁石を全部取ると勝ちです。  
(必勝法) ◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎●  
◎を取るようにする  
前から  $4n - 3$  番目 ( $n$ : 自然数) を取るようにする

### 表3 生徒の感想

- ① 僕は13回ぐらいやって気がつきました。こんなちょっとのゲームでも数学の勉強になるんだなあと思いました。(A男)
- ② ゲームの中にも複雑な必勝法があってそれを見つけるまで結構頭を使うなあーと実感した。自分で必勝法を見つけられたのでうれしかった。(B男)
- ③ みんなで、いろいろ考えたりして、結構楽しくできた。またやりたいな。(C男)
- ④ 規則性を見つけるのは思ったより難しかった。(D男)
- ⑤ 似たようなゲームを前にやったことがある。でも、その時は、必勝法など考えず、ただゲームをやっていた。数学的な考え方があるとは知らなかった。おもしろく数学ができて良かった。(L子)
- ⑥ ゲームをやって、式をたてたり、必勝法を見つけたりして、すごく楽しかった。(M子)

- ⑦ これは運じゃないかって最初は思ったけど、数学的な考えでやってみると、数学のすばらしさにふれることができた。本当に感心しました。(E男)
- ⑧ 自分でゲームを作って悩んだので楽しかった。(F男)
- ⑨ 自分の使ったゲームの規則性を見つけることができて良かった。(G男)
- ⑩ 今日楽しかった。自分で解けて良かった。(M子)
- ⑪ 基石の数をいろいろ変えてたりして楽しかった。(N子)
- ⑫ 自分で考えたルールは楽しい。もっといろんなルールを考えられたらいいなあ。(O子)

## 7 研究仮説の検証

### 検証 1

表3の(C男)や(A男)の「…またやりたいな。」「13回ぐらいやって気がつきました。」という感想や、右の図2の意欲・関心を問う自己評価①より平均が3.5点から3.7点に伸びている。また、自分で条件を変更したゲームを考える場面では、楽しそうな様子が見られ、その必勝法を見つける場面では、苦勞しながらも、熱心に取り組んでいる様子が見られた。このことより、作業、観察、実験、調査などの数学的活動を取り入れた課題学習を行うことは、一人一人の生徒がその学習に興味をもって積極的に取り組むようになることが検証されたと考える。

### 検証 2

(G男)や(M子)の「自分の使ったゲームの規則性を見つけることができて良かった。」「ゲームをやった、式をたてたり、必勝法を見つけて、すごく楽しかった。」という感想や、図2の成就感を問う自己評価②の平均が3.0点から3.5点に伸びている。このことより、数学を学ぶことの楽しさや成就感を味わうことができたことが検証されたと考える。

### 検証 3

ゲームの必勝法を見つけるだけだが、「何番目の基石を取ったら勝つ」とか、「図をかいて、勝つためのポイントとなる基石に印を入れて表す」とか、「基石

に順番をつけ、4n番目の基石を取るようにすることを式で表す」など、生徒一人一人いろいろな見方で、必勝法を考えていた。また、(L子)の「前に似たようなゲームをやったときは、必勝法など考えず、ただゲームをやっていたが、数学的な考え方があるとは知らなかった。おもしろく数学ができて良かった。」という感想や、特に(K子)の考えたゲームのように、数学的に順序立てて考え、しっかりと場合分けをして考えていかないと必勝法を見つけにくいようなゲームを考えた生徒もいた。また、図2の自己評価③の平均が2.8点から3.4点に伸びている。この様なことから、生徒が数学的な見方や考え方を味わうことができたことが検証されたと考える。

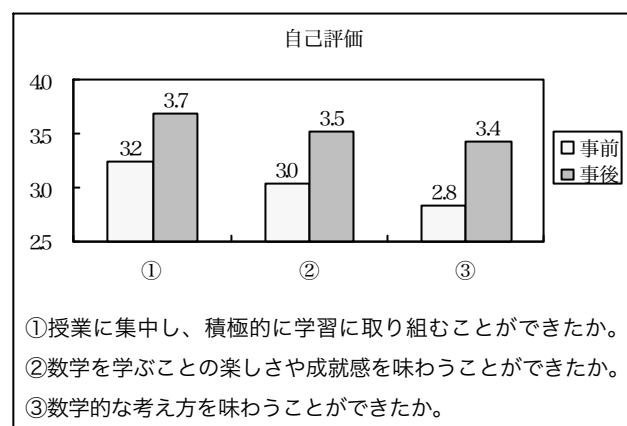


図2 生徒の事前と事後の自己評価(4点満点)

## IV まとめと今後の課題

「課題学習による数学的な見方や考え方を育てる指導の工夫」をテーマに研究を進めてきた。成果として、題材にゲームを取り入れ、作業、観察、実験などの活動等を重視した課題学習を行い、ほとんど全員が、自ら学び自ら問題を解決するような主体的な学習を促すことができた。

今後の課題として、課題学習の単元だけにとどまらず、他の単元の授業でも題材を工夫しながら、生徒が主体的に学習し、数学を学ぶことの楽しさや成就感を味わえるような授業を工夫していく必要がある。

### <主な参考文献>

- 教育科学／数学教育 1995 6月号 『特集／クイズ・パズル・ゲームの効果的活用』 明治図書  
 根本博 編著 1995 『中学校数学科課題学習ファックス教材集』 明治図書  
 平井隆昭 1994 『数学的な見方・考え方を育てる課題学習』 明治図書  
 片桐重男 1988 『数学的な考え方の具体化』 明治図書