

## 〈数学〉

## 主体的に課題に取り組む生徒の育成

## ——「整数の性質」においてグループ学習を生かした類題作成の取り組み(第3学年)——

沖縄県立那覇西高等学校教諭 照 屋 全 人

## I テーマ設定の理由

平成24年度の学習指導要領の改訂に伴い新たに単元「整数の性質」が数学Aに導入された。この単元には以前より大学入試の記述試験では度々出題されていた内容が含まれている。科目「数学A」は学習指導要領に記載されているように標準単位数2単位で「場合の数と確率」、「整数の性質」、「図形の性質」の3つの内容から適宜選択して履修することとなっており、各学校の実態に任されている。「整数の性質」は新しく導入された単元ということもあり、学校によっては選択しない場合や紹介程度という状況がある。

大学入試センター試験の数学I・Aでは選択問題の中に「整数の性質」があり、生徒の進路実現となる大学受験等の可能性から見ても授業で丁寧に扱いたい内容である。また、整数の問題に多角的な視点から取り組むことで数学への興味・関心・意欲を育むことができると考える。その手法として、生徒個々の理解だけでなく集団で知識の共有を図り、コミュニケーションをとることがより重要である。

現在、那覇西高校の生徒の多くは卒業後、大学や専門学校に進学している。数学の受験科目として「数学I・A」を利用する生徒がほとんどであり、彼らにとって重要な科目となっている。

アクティブラーニングの視点を持った授業展開が推奨されている最今、自身は4年前から試行錯誤しながら授業での導入を試みている。グループ学習にすることで生徒間の問題に対する個々の探求心を刺激し、芽生えと、生徒間の相互理解を図ることができ、数学に苦手意識を持つ生徒数が減少する利点がある。これにより、授業は教師によって展開するものという意識から生徒が主体的に学ぶものという意識に変化するものとなった。しかし、グループ学習で解決できないことや、次に進めない状況が起こった。対策としてグループ学習から一斉授業に切り替えた結果、問題解決に積極的に取り組む生徒が減少し、生徒の数学に対する意欲や関心が低くなっている印象を受けた。このことから、生徒の状況に合わせ、授業展開を工夫し、グループ学習による活性化を図ることが課題となった。

この反省を元に今後のアクティブラーニングの視点を持った授業展開において、より生徒の実態や状況に応じた実践を行う必要があると考えた。数学は難しいというイメージを払拭できるよう、楽しさを感じさせる工夫をすることで、生徒が授業を大事にし、主体的に数学的課題に取り組む力を身につける事を目的とする。そこで、今回は「整数の性質」の「2元1次不定方程式」、「分数と小数」、「 $n$ 進法」についてそれぞれの内容における別解や発展的な展開を示し考察を促す。また、個々に類題を作成させグループ内で共有する。このことで数学の問題に魅力を感じ、達成感を得ることができるとであろう。生徒に数学の奥深さや単元を超えた数学の繋がりを楽しみながら理解を深めさせ、更なる探求心の芽生えとしたい。

以上によりグループ学習の形態を用いて数学の問題に多角的に向き合うことで、数学的な表現力とコミュニケーション能力を身に着け、主体的に様々な課題に取り組む生徒を育成することができると考え、本研究のテーマを設定した。

〈研究仮説〉

「整数の性質」において、グループ学習を生かして問題を多角的に捉え解法を工夫することや作問に取り組むことにより数学の基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り、主体的に課題に取り組む生徒を育成することができるであろう。

## Ⅱ 研究内容

### 1 主体的に課題に取り組むために

新学習指導要領解説を基にして、「主体的な学び」を整理すると、表1のようになる。長尾篤志（2017）によると「主体的な学び」とは、「振り返りや見通すことを通して、子どもたちが自らの学習状況を把握

表1 「主体的な学び」

- |                                                                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. 問題を自らの問題として捉えることができる。<br>2. 自らその問題解決の見通しを立てることができる。<br>3. 解決に向けて粘り強く取り組むことができる。<br>4. 解決の過程を振り返って、よりよい方法を考えたり、新たな問いを見いだしたりすることができる。 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

し、何を学習すべきかを考え、積極的に学習を進めること」であり、「生徒が積極的に学習を進めるためには、学習内容を『生徒が学習したくなるもの』にすることも必要である」と述べている。また、久我正次郎（2017）によると「解こうという意欲を持たせる問題に工夫する」とし、「生徒の自己解決の場面で、問題提示の方法を工夫し、自分で解こうという意欲を持たせたい」とある。ここで本検証授業では、生徒自ら問題を作成し、他の生徒に解いて貰うことで、作問者として自分の問題に対する責任意識と、作問者を前に問題に取り組む中で、問題に対する批評ができ、学習に新たな発見や深まりが期待できると考える。以上から、主体的に課題に取り組む生徒の姿として、作問へ積極的に関わる生徒と考え、振り返りシート等を用いて検証を行う。

### 2 「グループ学習を生かす」とは

#### (1) アクティブラーニングについて

教科目標を達成するための手立てとして、米田豊（2018）によると、「活動主義を克服し、子供の学びを促進する授業は右の表2にある5点を意識し、授業設計を行うことで改善される」とある。①について、学習形態は様々であるが、検証授業では4名のグループで対話のできる状況を作り、できるだけ時間を確保することに留意する。②

表2 アクティブラーニングにおける授業設計の改善点

- |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ① アクティブラーニングは「一方的に聞くだけという学習形態」の対極であり、そこから脱却をめざすものである。<br>② アクティブラーニングはさまざまな能動的行動を行って、子供の理解を促し、質の高い知識を習得させる活動である。<br>③ ②の活動には認知プロセスが組み込まれ、分類・比較・関連付け・あてはめ・概念化の思考活動を行う。<br>④ 認知プロセスには内的活動における能動性と外的活動における能動性を組み込む必要がある。<br>⑤ ①から④までを、授業仮説として学習指導案に明示し、事後検討会でその有効性を検証し、不断に授業改善を行う。 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

③については、生徒が考えを発言することができるよう授業展開を工夫し、能動的な活動へ展開できるようにする。また、質問がしやすく、コミュニケーションが図れる環境作りに留意する。④⑤については、学習の定着の確認のため事前と事後にテストを行い、アンケートにより学習の意識の変化が見られたかの検証を行う。

本検証授業は小林昭文（2015）の表3「アクティブラーニング型高校物理の実際」を参考にし、授業計画を行

表3 アクティブラーニング型高校物理の実際

- |                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ⑦. 生徒を迎える<br>⑧. 態度目標と内容目標の設定<br>⑨. 時間節約の方法<br>⑩. 最初の15分の説明<br>⑪. 問題演習の際の練習問題の作り方<br>⑫. 問題演習時のグループへの介入方法<br>⑬. 振り返り<br>⑭. 確認テストの構造 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

う。⑦⑧について、生徒が安心して毎回の授業に臨むことができるように授業展開の流れは基本的に統一する。また、教師の説明はパワーポイントで行う。⑪については副教材の問題集を用い、⑫の確認テストに向けて作問作業を行う。ここでは時間の確保に留意する。最後に⑬の振り返りを行い、理解の確認とともに、作問に対しての意見交換も行う。

小林は、次の2点を述べている。グループワーク中の授業者の関わり方（表4）としての4つの視点及び教師の介入の方法により予想される「主体的な学び」の阻害（表5）についてである。教師の行動や声掛けで考えられる生徒の反応に留意し、生徒が教師からの「褒められ競争」が起こる状況を作らないように配慮していく必要がある。グループで話し合う時間の確保や妥当性のある課題の設定、教師側の過干渉にならないような声掛け等各グループ内でお互いに意識し合い、グループで課題に取り組む雰囲気づくりに努める。

### (3) 類題作成について

竹内芳男・沢田利夫（1984）は「問題の発展的な扱いによる授業に期待できること（表6）7点を挙げている。そこで本検証授業では、生徒個々が作問し、相手の問題を解くといった両方の立場に立つことができるようプリント様式（図1、2）を工夫する。また、作問内容に批評を受けた後の振り返りから、反省や新たな発見があり、次の作問に対する意識の改革や授業に臨む態度の向上に繋がると考える。

- ① チームメンバー全体に対して質問で介入する
- ② 問題解決（コンテンツ）に関する質問はしない
- ③ チームに対して批判・評価・誘導をしない
- ④ パターンを決める（定例介入）

＜教師の行動・声掛け＞      ＜生徒の反応＞

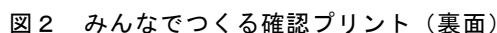
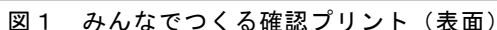
① 否定・禁止・命令 → いじける・むくれる  
「その態度は良くないね」  
「〇〇はやめなさい」  
「もっと××しなさい」

② 干渉しない → 「先生は何もしてくれない」

③ 特定の生徒に声掛け → 「先生に叱られた」  
「発言できている？」  
「集中できている？」

④ 褒める → 繰り返すと  
「いい話し合いだね」      「褒められ競争」  
「ほらあのグループは  
活発だよ。見習ったら？」

- ① すべての生徒が積極的に参加する
- ② 自分の力に応じたれもが精いっぱい学習に励む
- ③ 数学に興味を感じる
- ④ 発見の喜びが味わえる
- ⑤ いつでも「問題を発展させる」態度がつくられる
- ⑥ 個別学習と集団学習の調和した授業が展開できる
- ⑦ 多様な観点からの評価を可能にしてくれる



### 3 「整数の性質」について

#### (1) 2元1次不定方程式

学習指導要領では「ユークリッドの互除法」において「整数の除法の性質に基づいてユークリッドの互除法の仕組みを理解し、それを用いて二つの整数の最大公約数を求めること。また、2元1次不定方程式の解の意味について理解し、簡単な場合についてその整数解を求めること」とある。大学入試センター試験に度々出題されている内容であるが、互除法による整数解の求め方は定着に時間を要することもあるため、別解を紹介し、解を導くことの面白さを実感させたい。なお、別解は係数を小さくしていく方法（図3）と連立方程式を応用した方法（図4）を用いる。数学の解法には様々な可能性があり、生徒一人ひとりがこだわった解法を用いても理論が正しい場合は認められるということを実感させたい。

例 不定方程式  $6x+17y=1$  を解け  
(解法) 係数が小さいほうに着目する。  
(与式) $\Leftrightarrow 6(x+3y)-y=1$   
ここで、 $A=x+3y$  とおくと  
 $6A-y=1$   
を満たす整数  $A, y$  を求めればよい。  
 $(A, y)=(0, -1)$  なので  
整数解の一つとして  
 $(x, y)=(3, -1)$  となる。

図3 係数を小さくしていく方法

例 不定方程式  $6x+17y=1$  を解け  
(解法)  $6x+17y=a$  とする  
① $(1, 0)$  ② $(0, 1)$  を代入し  
 $a=1$ となるまで連立する。  

| $x$ | $y$ | $a$ |
|-----|-----|-----|
| 1   | 0   | 6   |
| 0   | 1   | 17  |
| 3   | -1  | 1   |

 $\dots ① \times 3 - ②$   
よって整数解の一つとして  
 $(x, y)=(3, -1)$  となる。

図4 連立方程式を応用した方法

#### (2) 分数と小数

学習指導要領では「整数の性質の活用」において「二進法などの仕組みや分数が有限小数又は循環小数で表される仕組みを理解し、整数の性質を事象の考察に活用すること」とある。ここでは、「循環小数の不思議」（図5）と題して  $1=0.999\cdots$  の不思議を実際に計算させる。分数によって作られる2数の循環小数や3数の循環小数の作成を目標とする。さらに、 $n$ 数の循環小数においては分母がどのような構成になっているかの考察を深め、生徒に素数に対する意識の変化や素数の意味を考えるきっかけとしたい。

1 について  $0.\dot{9}$  や  $0.\dot{9}\dot{9}$   $0.\dot{9}\dot{9}\dot{9}$  と考えてみることで循環小数を分数にすることができる。

例  $0.\dot{2}\dot{3} = \frac{0.\dot{2}\dot{3}}{1} = \frac{0.\dot{2}\dot{3}}{0.\dot{9}\dot{9}} = \frac{23 \times 0.\dot{0}\dot{1}}{99 \times 0.\dot{0}\dot{1}} = \frac{23}{99}$

混合循環小数では、 $\alpha + (\text{純循環小数})$  の形に変形

例  $1.2\dot{3} = 0.9 + 0.\dot{3} = 0.9 + \frac{0.\dot{3}}{1} = \frac{9}{10} + \frac{0.\dot{3}}{0.\dot{9}} = \frac{9}{10} + \frac{1}{3} = \frac{37}{30}$

図5 循環小数の不思議

#### (3) n進法

学習指導要領では「整数の性質の活用」において、「十進数の表記法を見直し、 $n$ 進法の仕組みを考えさせる」とある。底の変換は10進法から $n$ 進法へもしくはその逆はよく行いが、10進法以外の底の変換について扱う教材は少ない。しかし、平成28年度大学入試センター試験には出題された。例えば2進法の数を4進法に変換する際、一度10進法に直してからの変換を行うが、ある数の進法についてその平方数の進法や立方数の進法等の変換には法則があること（図6）や、縦書きで計算する方法（図7）等、一度で変換する方法を生徒に示す。様々な変換を示すことにより生徒の興味・関心を高めて行くことを目的とする。

(法則)  $p$ 進法にとって下の位から2桁ずつにまとめると  $p^2$ 進法となる。

例 平成28年度大学入試センター試験問題抜粋

$11011_{(2)} \rightarrow 11\widehat{011}_{(2)}$   
ここで  $10_{(2)}=2_{(4)}$ ,  $11_{(2)}=3_{(4)}$   
であるから  $11011_{(2)}=123_{(4)}$

図6  $p$ 進法から  $p^2$ 進法へ

例 平成28年度大学入試センター試験問題抜粋

$11011_{(2)}$  を4進数で表せ

$100 \overline{) 11011}$   
 $100 \overline{) 110 \dots 11}$  したがって  
 $\underline{1 \dots 10}$   $123_{(4)}$   
※計算上すべて2進数にする

図7 縦書きで計算する方法

### Ⅲ 指導の実際

#### 1 単元名 「整数の性質」

#### 2 単元の目標

整数の性質の理解を深め、それを事象の考察に活用できるようにする。

#### 3 単元の評価規準

| 関心・意欲・態度                                                                                                                   | 数学的な見方や考え方                                                                                                                                  | 数学的な技能                                                                                                                 | 知識・理解                                                                                                                                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>最大公約数と最小公倍数の関係を理解し、これを利用して整数の性質を考察しようとしている。</li> <li>n進法に拡張して考察しようとしている。</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>除法の性質を理解するとともに、割り算の余りによる整数の分類を理解し、整数の性質を考察できる。</li> <li>分数が有限小数または循環小数で表される仕組みを理解し、考察できる。</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>素因数分解を利用して約数や最大公約数、最小公倍数を求めることができる。</li> <li>2元1次方程式を様々な解法で解くことができる。</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>整数に関する基本的な用語や最大公約数と最小公倍数の関係を理解している。</li> <li>ユークリッドの互除法、2元1次方程式の解法を理解している。</li> <li>n進法や小数の関係を理解している。</li> </ul> |

#### 4 単元の指導計画と評価計画(全6時間)

|                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>&lt;全時展開の流れ&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>教師による本日の内容の解説。(5～10分)</li> <li>問題集に取り組み自己採点を行う。(15～20分)</li> <li>生徒個々で問題作成しグループ内で共有し、グループメンバーが作成した問題に取り組み、採点する。(15分)</li> <li>本日の振り返りを行う。(問題・振り返りシート図1、2) (5分)</li> </ul> | <p>&lt;教師の事前準備&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>本時の問題集の解説プリントの作成</li> <li>確認プリント・リフレクションシートの作成</li> <li>解説のためのパワーポイントの作成</li> <li>生徒が作問を共有するためのシート及びホワイトボードマーカー</li> <li>ICT機器の活用</li> </ul> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>&lt;態度目標&gt;</p> <p><input type="checkbox"/>しゃべる(質問する・説明する) <input type="checkbox"/>動く <input type="checkbox"/>チームで協力する <input type="checkbox"/>聴く <input type="checkbox"/>作問する <input type="checkbox"/>全員が満点</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

(評価規準：関 関心・意欲・態度、見 数学的な見方考え方、技 数学的な技能、知 知識・理解)

| 時間 | 目標                                                           | 学習活動(授業内容)                                                                  | 評価と方法                        |
|----|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| 1  | 約数や倍数に関する事象を論理的に考察し整数の性質について理解を深める。                          | 「倍数・約数、倍数の判定」、「素因数分解」について演習し、理解を深めグループ内で確認プリントを作成・共有し、ロイロノートで送信・提出する。       | 関 行動観察<br>技 確認プリント<br>作問写真   |
| 2  | 素因数分解を用いた公約数や公倍数の求め方を理解し整数に関連した事象を論理的に考察し表現することができる。         | 「最大公約数・最小公倍数」、「割り算における商と余り」について演習し、理解を深めグループ内で確認プリントを作成・共有し、ロイロノートで送信・提出する。 | 関 行動観察<br>見 知 確認プリント<br>作問写真 |
| 3  | 整数の除法の性質に基づいてユークリッドの互除法の仕組みを理解し、それを用いて二つの整数の最大公約数を求めることができる。 | 「ユークリッド互除法」について演習し、理解を深めグループ内で確認プリントを作成・共有し、ロイロノートで送信・提出する。                 | 関 行動観察<br>知 確認プリント<br>作問写真   |
| 4  | 2元1次不定方程式の解の意味について理解し、簡単な場合についてその整数解を求めることができる。              | 「2元1次不定方程式」について演習し、理解を深めグループ内で確認プリントを作成・共有し、ロイロノートで送信・提出する。                 | 関 行動観察<br>技 確認プリント<br>作問写真   |
| 5  | 分数が有限小数又は循環小数で表される仕組みを理解し、整数の性質を事象の考察に活用できるようにする。            | 「分数と小数」について演習し、理解を深めグループ内で確認プリントを作成・共有し、ロイロノートで送信・提出する。                     | 関 行動観察<br>見 確認プリント<br>作問写真   |
| 6  | 十進法の仕組みを見直し、n進法の仕組みを考えることができる。                               | 「記数法」について演習し、理解を深めグループ内で確認プリントを作成・共有し、ロイロノートで送信・提出する。                       | 関 行動観察<br>知 確認プリント<br>作問写真   |

## 5 本時の展開(6/6時間)

| 過程         | 教師の活動                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 生徒の活動                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 指導上の留意点                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 評価                                                                                                          |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 導入<br>(2)  | <ul style="list-style-type: none"> <li>・前時の授業の復習をパワーポイントにてフラッシュカード形式を交えて行う。</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>・フラッシュカード等を見て解法を確認し、答えを述べる。(2分)</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>・生徒が積極的に授業参加するようにする。</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                             |
| 展開<br>(45) | <ul style="list-style-type: none"> <li>・前時の確認テスト⑥の送信を10分後にする。</li> <li>・スクリーンに提出状況を提示する。</li> <li>・パワーポイントにて記数法について説明する。</li> <li>・2進数を指を使った数え方で紹介する。</li> <li>・小数の概念を具体的な例と位を使って示す。</li> <li>・10進法を2進法に変換する方法を紹介する。</li> <li>・問題集及び確認プリント⑦に取り掛かるよう指示する。</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>・解説終了から25分後が問題作成の締め切りとしてロイロノートの提出箱(今日の作問⑦)を設定する。</li> <li>・スクリーンに提出状況を提示する。</li> <li>・グループで作問問題の送信ができていないかの確認をする。</li> <li>・確認プリント⑦の提出を授業終了5分前に設定し、ロイロノートの提出箱(確認プリント⑦)を作成する。</li> <li>・机間指導をする。</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>・グループで前時(分数と小数)の確認と確認テスト⑥の送信を行う。</li> <li>・解説を聞く(7分)</li> <li>・解説を参考に演習問題を解答する(自己採点まで)(13分)</li> <li>・演習問題を参考に作問する。(作問シートに書く)</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>・グループで問題が揃ったらロイロノートにて撮影をし、教諭(今日の作問⑦)と次のグループに送信する。(7分)</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>・グループ内でお互いの問題を解く(わからなければ質問する)。</li> <li>・お互いで採点し、批評する。</li> <li>・確認プリント⑦がグループで揃ったら教諭に送信する。(7分)</li> <li>・余裕があれば他のグループの問題に取り掛かる。</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>・教師の解説はより簡潔にわかりやすく伝えるようにする。</li> <li>・生徒の演習時間を確保できるようにする。</li> <li>・タブレットの状況を常に確認する。</li> <li>・タブレットが使用できない場合は作問シートにて状況を確認する。</li> <li>・態度目標を確認する。</li> <li>・活動の見られないグループに対しては「協力できていますか?」「質問できていますか?」等声掛けをする。</li> <li>・生徒の質問に対して、グループで共通の質問だった場合は過干渉にならない程度にアドバイスをする。</li> </ul> | <p>関<br/>作問しようとする。</p> <p>関<br/>積極的に意見交流ができる。n進法に拡張して考察しようとしている。</p> <p>知<br/>n進法や小数の関係を理解している。(確認プリント)</p> |
| まとめ<br>(3) | <ul style="list-style-type: none"> <li>・送信状況を確認する。</li> <li>・タブレットの不具合があれば用紙を提出させる。</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>・未送信のグループについて状況を把握する。</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                             |

## 6 仮説の検証

本研究では、第3学年の数学セミナーI選択者25名を対象に、数学Aの「整数の性質」において主体的に課題に取り組む生徒を「作問に積極的に関わる生徒」と見なす。グループ学習での作問が主体的に課題に取り組む上で有効であったかの検証をする。授業の前後においてアンケート調査と確認テストを実施し、毎時の確認プリントの記述内容の変容を見ることにより検証する。

(1) 主体的に課題に取り組むことについて

① 作問することへの関心

事前アンケートにおいて「数学の問題を自分で作することは面白いと思いますか」（図8）の問いに対し、「面白い」と思う生徒は16%にすぎず、ほとんどの生徒が作問に負担を感じていたことがわかる。研修当初からどれだけ生徒の負担感を軽減できるかが課題であった。

検証の1時間目に作問を進められない生徒がいたため、送信（提出）ができないグループがあった。この解決策として、問題集を参考に、数字を変えるだけでも良いことや、作問できなかった場合は問題集から興味のある問題を選んでも良いこととした。以後、作問ができない生徒はいなくなり、授業を重ねる毎に、生徒個々で独自の問題作成に臨み、主体的に取り組んでいる様子が見取れた。グループによる授業中の教師への送信は2回と定め、1回目を作問シート（表7）、2回目を今日の確認プリント（表8・9）とした。作問シートはラミネートすることでホワイトボードのように簡単に書き直しでき、生徒が気兼ねなく問題を入っている様子が伺えた。

生徒自身が作った問題をお互いに批評し合う中で、「簡単だった」「次はもっと難しく作りたい」等、毎時間自分の問題を振り返り、前向きに次の作問に取り組もうとする姿勢が見られた。また、作問に留まらず、グループメンバーにとっては今日のテスト問題になるため、生徒個々が問題の妥当性を意識して作問している様子が伺えた。全ての生徒が平等に作問者であり、解答者でもあることにより、数学が得意・不得意に関わらず積極的に授業に参加できている様子が見取れた。事後アンケート（図9）では「数学の問題を自分で作問することは面白い」という生徒が72%であり、56ポイント増の肯定的な変容が確認できた。生徒の主体的な関わりを持たせる授業展開であったと考える。一方、検証授業の過程で、証明問題等難易度の高い問題も生徒に作問させてよいかという課題が生まれた。

確認プリントの振り返りにおいて生徒の記述（表9）を見ると、「A：学習態度に沿って活動できましたか」の問いに対して「友達に聞いてわかった」「できた」等の前向きな記述が多く、表10のように授業展開時に態度目標を提示することで、気軽に質問等の行動に移る生徒が増加している様子が見られた。「B：内容についてわかったことは何ですか」の問いに対しては、別解についてのまとめや「有限や無限の違いがわかった」

表10 掲示スライド

| 目標・態度                                |        |
|--------------------------------------|--------|
| <input type="checkbox"/> しゃべる（質問・説明） | わからない  |
| <input type="checkbox"/> 聴く          |        |
| <input type="checkbox"/> 動く          | 前に進もう！ |
| <input type="checkbox"/> 作問する        |        |
| <input type="checkbox"/> チームで協力する    |        |
| <input type="checkbox"/> 全員満点        |        |

等、問題を解けたことへの素直な喜びを書いている生徒が多かった。「D：自分の作問した問題に対する感想」では、「簡単だった」という感想が多く、次の

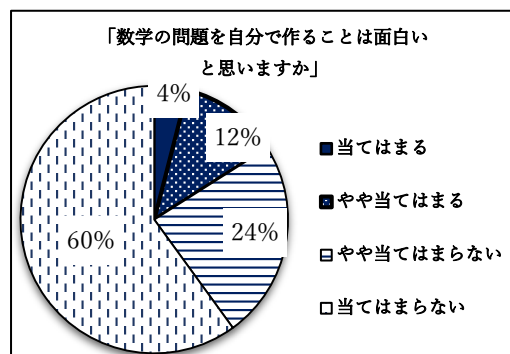


図8 作問は面白いかの事前アンケート

表7 作問シート

|                                                                                                      |                                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>8:9 17:20</p> <p>10月31日</p> <p>10月31日 30分</p> <p>問題</p> <p>2つの数の最大公約数と最小公倍数を求めよ。</p> <p>30 45</p> | <p>06 96</p> <p>10月31日</p> <p>問題</p> <p>2つの自然数の和が5、互いに素であるものを求めよ。</p> <p>① 11, 19 ② 21, 45</p> <p>③ 41, 28 ④ 60, 15</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

表8 確認プリント（作問）

|                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>21は3の何倍か。</p> <p>10倍</p> <p>③ 次の数から9の倍数を選びなさい。</p> <p>714, 835, 342, 1983</p> <p>8352, 342</p> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|

表9 確認プリント（振り返り）

|                                                |
|------------------------------------------------|
| A: 学習態度に沿って活動できましたか？ それによって気づいたことはなんですか？       |
| はじめは ちょっと しまでたけい 友だちにさいてもらった                   |
| B: 内容についてわかったことは何ですか？ わからなかったことは何ですか？          |
| 有限と無限の違いがわかった わかた Happy!                       |
| C: 授業の感想、授業のアイデア、全人に対する意見やリクエスト文句・苦情なんでもつけましょ！ |
| D: 自分の作問した問題に対する感想（みんなの意見を聞いてみて）               |
| みんなが 11にまわったけど、自分でもつけました。                      |

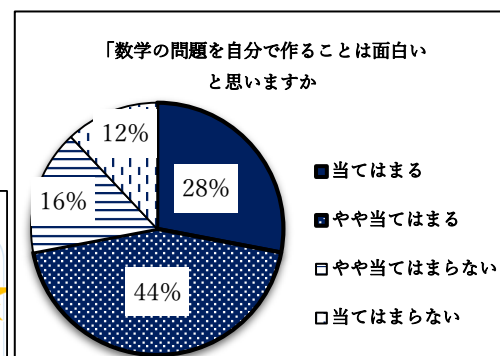


図9 作問は面白いかの事後アンケート

作問からは工夫していきたいという意気込みを感じた。

「『数学の問題を自分で作ること』は学習に効果的だと思いますか」（図 10）の問いについては、事前アンケートにおいて、「効果的である」と答えた生徒が 60%であったのに対し、事後アンケートでは 80%と 20 ポイント増の肯定的な変容が確認できた。数学の問題に対する理解や考え方の深まりや、定着の実感からの変容であると見取れる。一方で「効果的でない」と感じている 20%の生徒においても、その 80%の生徒がグループ学習は効果的であると答えていることから、より生徒間で作問が作用するような授業展開の工夫が必要である。

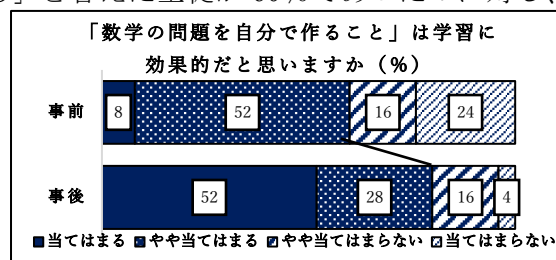


図 10 作問の学習効果に関するアンケート

## ② アクティブラーニングについて

検証授業の初めにアクティブラーニングや毎時の学習の流れを説明した。作問し、問題を共有する心構えとして「授業の主役は学習者自身である」ということを生徒に意識させるためである。「毎時の授業の流れ」（表 11）を提示し説明した。また、「わからない」を声に出すことは恥ずかしいことではなく、教える側が記憶に残すチャンスであると促し、質問しやすいグループ学習の環境作りを行った。

今回の検証ではグループ学習の構成を 3～4 名とした。理由として、生徒が授業の時間内に作問し、グループ内で共有して全問題を解くという過程において、問題数の限界が 4 問程度であると考えた経緯がある。しかし、実際に授業をしてみると、生徒の作問に対する意識は「面白い」と大きく変容し、積極的に作問に取り組んでいる様子が見られた。例えば、グループでできた作問シートを送信（提出）後、「新しい問題を作問し、差し替えても良いか」という質問が出たり、こちらが想定していない（問題集の枠を超えた）問題を作問して考察を深めたり、グループ丸となって問題に楽しみながら向き合う姿勢が見られた。

生徒間の活動として、わからない問題を質問する様子や、困っている生徒に対し、積極的に声掛けを行う等助け合う姿が見られた。また、グループで議論しても解けない問題については、他のグループに質問に行く等の活発な活動が見られた。授業が終了してからも問題の解決・理解に向けてグループで議論している様子も見られたことから、主体的に課題に取り組む姿勢が育まれていると感じた。

グループ学習で数学の授業を行うことについてのアンケートは図 11 のようになり、事前アンケートで 76%だった肯定的な生徒が 92%へと変容していた。また、「数学の解法について人に教えたことはありますか」（図 12）については 20 ポイントの増加が確認できた。以上から、生徒はグループで取り組む活動に有効性を感じ、作問を通して自分の考えを伝え合うことで理解を深めたと考えられる。

表 11 授業の流れについて

| 毎時の授業の流れ（生徒）                                              |      |
|-----------------------------------------------------------|------|
| ①教室に入ったら配布物を取る<br>(②タブレット ④確認テスト ⑤マーカー等<br>⑥作問シートグループに1枚) |      |
| ②グループの席に座る                                                |      |
| ③開始 10 分くらい先生の解説を聞く                                       |      |
| ④問題集を解く（解説書・相談等OK）                                        |      |
| ⑤作問する。1 人 1 問以上、解答・解説まで                                   |      |
| ⑥作成したらシートにマーカーで書く                                         | 写メ提出 |
| ⑦グループの問題と先生の 1 問が確認テスト                                    |      |
| ⑧お互いに採点する（間違っているも教えてOK<br>赤ペンで訂正して全問正解にしてください。）           |      |
| ⑨問題の感想をシートに書く                                             | 写メ提出 |

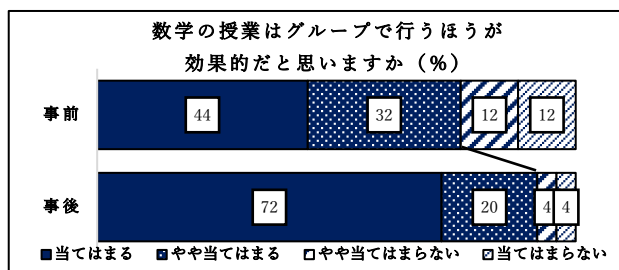


図 11 グループ学習の効果に関するアンケート

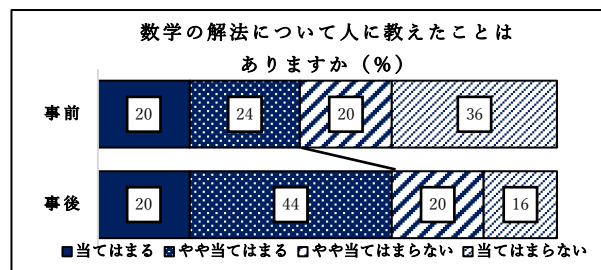


図 12 数学を教えたことがあるかのアンケート

ただし、今回作問を取り入れることで時間管理の難しさが浮き彫りとなった。小林の授業では予め試験の時間が決まっており、生徒は試験までに理解を深めようとアクティブに行動する。しかし、本検証のように生徒自ら作問となると、目標時間内に作問できるとは限らず、グループによって差が生じてしまうため、教師は柔軟な対応を行いながら終末の振り返りを丁寧に行う必要がある。

### ③ ロイロノートの活用について

時間の有効活用とグループの活性化のためロイロノートを活用したが、実際に使用することで、他の有用性も見えてきた。一つ目に生徒が時間を意識できることだ。提出時間を設定した上で各グループメンバー揃っての送信であったため、参加することへの責任感が生まれ、全員が積極的に作問する活動に取り組んでいた。また、送信の状況は常にスクリーンに映っているため、未提出のグループはすぐに確認することができた。さらに、活動の進んでいるグループには他のグループの作問にも解答するよう声掛けすることで、グループ間での問題の交流が生まれ、グループ単位で主体的に活動する様子が見られた。

ここで、タブレットの利用について（表 12）をグループで扱う場合のメリットとデメリットをまとめた。対話が生まれる手立てとなるため、タブレットは個人で使用するよりもグループで使用したほうが活発な授業展開につながると考える。また、生徒の振り返りでは、当初「タブレットを使う意味が分からない」という意見から「楽しい」「タブレットの操作が難しいけど頑張る」と前向きな意見への変容が見られた。グループ個々で写真を撮る係や送信する係等をお互いに決めて、進行の確認をする等の活発な活動が生まれ、対話の活性化となり、主体的な活動を見せていた。

### (2) 整数の性質について

本検証では、教師が問題の別解等を紹介し、生徒に教科書の解法と比較するように指導した。グループで検討し、気に入った解法について「この解き方のほうが簡単に解けるから教えるよ」等、積極的に教える立場となっている様子が生徒から見られた。また、他者の意見を取り入れながら、自身にとって理解しやすく、解きやすい解法は何かと多角的に検証している様子が見られた。以下、3つの別解紹介に対する生徒の様子をまとめる。

#### ① 2元1次不定方程式について

ある程度簡易な問題の場合、教科書の例題から代入法で解を導くことを前提としており、これを検証授業では「直観力」と呼ぶことにした。フラッシュカード形式で発問することで生徒から積極的な返答が得られた。しかし、2桁の問題になり、ユークリッド互除法の解法を示すと、ほとんどの生徒が理解できていない様子が見られたため、既習の解法を今一度確認し、別解を紹介した。別解（図 3）を利用して解ける手応えを感じている生徒が多かったが、自分から解法を考え出そうという生徒がいなかった点は今後の課題である。生徒の振り返りでは、「まとめたほうがやりやすいことがわかりました」「先生のやりかたがわかりやすかった」等の肯定的な意見が多かったが、別解の定着に時間を要すると実感した。

#### ② 分数と小数について

循環小数を簡単に分数に直す方法を別解に挙げた。これまでの方法であれば記述による解法が基本であったが、即座に分数化できることで生徒の意識的な負担の軽減に成功したと感じる。こちらもフラッシュカード形式の発問を行ったが、問題を見ただけで答えられる生徒が多い様子を見て確かな定着を感じた。生徒の振り返りでは「相談できた」「コツをつかむのが大事」「 $1 = 0.99\cdots$ 」等の理解度に差はあるもののきちんとした振り返りができていた。

#### ③ n進法について

本検証では10進法と2進法を主に扱っていたため、指を使った2進法の関わり方を紹介した。生徒は自分の指に位の数字を記入するなどして楽しみながら理解に努めていた。導入時に「片手で31まで数字を表せる」ことを紹介すると「両手ではどこまで示せますか」等積極的な質問があり、生徒の関心の高さを感じることができた。生徒の振り返りでは、「指を使って数学をする」「10進数に直したり、2進数にしたりできた」「しゃべれた、面白かった」等生徒から授業中にアクティブに活動できた様子が見取れた。

3学年を対象に「整数の性質」について検証授業を行った。既習の内容であるが、生徒の苦手意識は強く、意識の改革が課題であった。

「整数の性質はどちらかというと得意ですか」

表 12 タブレット利用について

|       |                            |
|-------|----------------------------|
| メリット  |                            |
| ①     | グループで取り残される生徒が減少する         |
| ②     | タイムスケジュール通りに授業展開ができる       |
| ③     | 気軽に質問や確認ができる               |
| デメリット |                            |
| ①     | 参加に消極的な生徒がいた場合グループが膠着する    |
| ②     | 新しくグループを構成する場合過去のデータが扱いにくい |

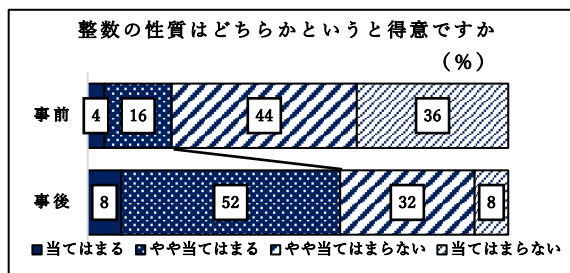


図 13 整数の性質に関するアンケート

(図 13) について、肯定者が事前 20%であったところから事後 60%と 40 ポイントの生徒の肯定的な変容が見られた。「整数の性質」のみならず、生徒が数学に主体的に学ぶことができるよう、別解の研究と提示を工夫していきたい。

### (3) 学習の定着について

#### ① 確認テストの分析

事前と事後に行った確認テストの結果(図 14) 84 %の生徒が点数を伸ばしており、平均点の変容は約 17 点増であった。中間層が事前では 14 点から分布しているのに対し、事後では 28 点からの分布へと上昇した。得点が 28 点から 70 点へ変容した生徒がおり、学習プリントを作成して欲しいという要求をして来る等、主体的に取り組んでいる様子が見取れた。事後に 0 点となった生徒のみが点数を下けていることから、原因把握と対策をしていきたい。

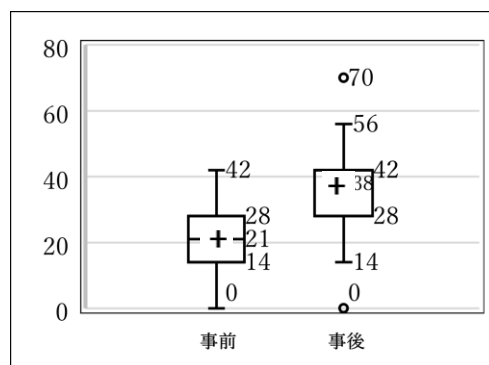


図 14 確認テストの結果

#### ② 定期考査の分析

本検証は期末考査の範囲を多く含んでいるため、数学の取り組み状況の変容や学習の定着を検証するために、本検証クラスについて中間考査から期末考査への変容を偏差値(母集団は同考査受験者)による箱ひげ図を用いて見取る(図 15)。平均偏差値は 49 から 53 へ 4 ポイント上昇し、最低値が 33 から 38 へ 5 ポイント上昇した。クラス全体の数学の学力の底上げになっているという手ごたえを感じる。

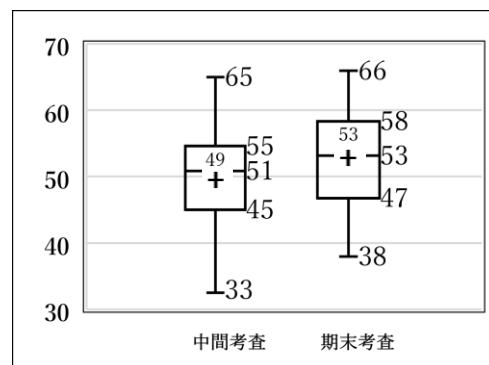


図 15 定期考査の結果

正答や誤答の状況から分析すると、フラッシュカード形式で行った問題については比較的正答率が高く、「2進数を10進数にする」では正答率が100%であった。また、「互除法を用いた最大公約数」「10進数を2進数にする」では約80%の正答率であり、学習の定着が高まっていることが確認できた。一方で、「2元1次不定方程式」「循環小数」では正答率が50%以下であった。混合循環小数では問題と生徒解答例(図 16)にあるように同様な誤答が多く、原因を見極め対策していきたい。

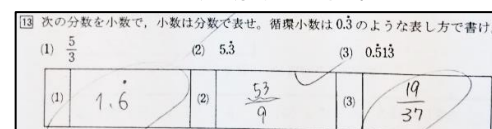


図 16 問題と生徒の解答例

また、生徒自ら、解決策を見い出せるような仕掛けのある指導構成を考えていきたい。

テストの結果により、目に見える形で自身の成長を実感できることは、自己肯定感を高め、さらに、主体的に学ぼうとする態度の育成にもつながる。生徒が授業での学びに有用性を感じ、より主体的に課題に取り組むことができるよう、今後も研究を深めていきたい。

## IV 成果と課題

### 1 成果

- (1) 数学の問題を作問することに生徒は当初難色を示していたが、毎時間お互いに共有することで、作問の楽しさを実感し、達成感を感じながら主体的に課題に取り組むことができた。
- (2) アクティブラーニング型授業の手法を用い、生徒がお互いの作問を解き合うことで、グループにおける生徒個々の存在や関わりが密になり、教え合い等の活発な活動が生まれた。

### 2 課題

- (1) 作問は解答者が目の前にいることで大きな意味を成すが、解く人物に対する様々な配慮が必要になる。コミュニケーション能力が養われる反面、活動を生徒に委ねている部分が多いため、グループによって進行に差が出る。他のグループとの交流をより活発にしたい。
- (2) 数学の証明問題を生徒に作らせた場合、証明するべき問題が本当に正しいか見極めるのはなかなか困難である。この点に、毎時間の作問による障害を感じた。教諭が良問を準備することも生徒を育てる手段として欠かせないため、単元構成を工夫する。

## 〈参考文献〉

- 中島治久 2018 『明治大学商学部グローバル人材育成シリーズ②これがアクティブラーニング』 同文館出版株式会社
- 米田豊 2018 『主体的・対話的で深い学びを拓く アクティブ・ラーニングの視点から授業を改善し活動を高める』 学事出版
- 2018 『『教育科学／数学教育』2018年3月号(No.725)苦手な生徒の「できた!」「わかった!」を引き出す授業戦略』 明治図書出版株式会社
- 2018 『『教育科学／数学教育』2018年2月号(No.724)新学習指導要領の趣旨を実践する「授業改善のポイント」総整理』 明治図書出版株式会社
- 2018 日本数学教育学会誌 臨時増刊 第百回大会特集号二〇一八年(東京大会) 公益社団法人 日本数学教育学会
- 大前暁政 2017 『明日の授業からすぐ使える実践アクティブ・ラーニングまるわかり講座』 小学館
- 小林昭文 2017 『アクティブラーニング入門Ⅱ』 産業能率大学出版部
- 小林昭文 2017 『図解実践!アクティブラーニングができる本』 講談社
- 長尾篤志・久我正次郎 2017 『『教育科学／数学教育』2017年2月号(No.712)「主体的・対話的で深い学び」実践のポイント』 明治図書出版株式会社
- 星野泰也 2017 『チャート式シリーズ新課程入試対応数学難問集 100』 数研出版株式会社
- 星野泰也 2017 『改訂版 チャート式 数学A(赤)』 数研出版株式会社
- 森朋子・溝上慎一 2017 『アクティブラーニング型授業としての反転授業 理論編』 ナカニシヤ出版
- アクティブラーニング実践プロジェクト 編著 2016 『アクティブラーニング実践Ⅱ～アクティブラーニングとカリキュラム・マネジメントがよくわかる～』 産業能率大学出版社
- 中島匠一 2016 『数学への招待シリーズ分数と小数から広がる整数の世界～フェルマーの小定理からアルチン予想まで～』 技術評論社
- 成川康男・深瀬幹雄 2016 『Aクラスボックス 整数』 昇龍堂出版株式会社
- 黒木美佐男 2015 『センター試験必勝マニュアル数学ⅠA[2016年受験用]』 東京出版
- 小林昭文 2015 『アクティブラーニング入門』 産業能率大学出版部
- 小林昭文・鈴木達哉・鈴木映司 2015 『現場ですぐ使えるアクティブラーニング実践』 産業能率大学出版社
- 小林昭文・成田秀夫 2015 『今日から始めるアクティブラーニング 高校授業における導入・実践・協働の手引き』 学事出版
- 田村学 2015 『授業を磨く』 東洋館出版社
- 松田聡平 2015 『整数問題 解法のパターン30』 技術評論社
- 大石隆司 2014 『入試精選問題集5理系数学の良問プラチカ数学Ⅰ・Ⅱ・A・B』 河合出版
- 荻原一雄 2014 『センター試験満点のコツ』 太洋社
- 竹内芳男・沢田利夫 1984 『問題から問題へ』 東洋館出版社

## 〈参考 URL〉

高等学校学習指導要領解説 数学編 文部科学省

[http://www.mext.go.jp/component/a\\_menu/education/micro\\_detail/\\_\\_icsFiles/afieldfile/2012/06/06/1282000\\_5.pdf](http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2012/06/06/1282000_5.pdf)

(2018年9月最終アクセス)

新たな学びに関する教員の資質能力向上のためのプロジェクト(次世代型教育推進センター)

<http://www.nits.go.jp/jisedai/>

(2018年9月最終アクセス)