

<算数>

算数のよさを味わう授業の工夫 ——算数的活動を重視した問題解決学習を通して——

下地町立下地小学校教諭 永 松 和 子

I テーマ設定の理由

学校教育の方向性を指し示す学習指導要領が改訂され、算数科においても「算数的活動」、「活動の楽しさ」という新しい表現が加わった。

児童は本質的に活動性に富むものであり、活動を楽しむものであるといわれている。児童が本来持っている活動性に根ざす算数的活動を積極的に取り入れることによって、楽しい算数の授業を作り出すこと、その活動を通して、児童が数学的考えや数理的処理のよさに気づき、味わうことのできる授業の工夫が求められている。

これまでの私自身の算数の授業をふり返ってみると、具体物を用いた操作や作業的な活動などを取り入れると児童は楽しく取りかかるが、その活動を継続させ、数学的価値に気づくまでには至っていないという様子が多く見られた。

すなわち、児童の活動が外的なものにとどまり、なかなか内的な活動に発展していかないため、算数のよさに児童自ら気づく場面があまり見られなかったといえる。また、教師の側の問題点として、その単元で気づかせ味わわせたい算数のよさについての認識が明確でなかったということが挙げられる。

そこで本研究では、まず、算数のよさについて調べることにより認識を深め、確かなものにする。そして、これまでの算数の問題解決的な学習活動のあり方を「算数のよさに気づくための児童の算数的活動」という視点からとらえ直し、その上で、指導する内容にふさわしい算数的活動を検討し、開発したい。さらに、導入時の問題提示を工夫することにより、児童自身が問いをもち、主体的に活動することを通して、数学的価値に気づき、そのよさを味わうことができるのではないかと考え、本テーマを設定した。

<研究仮説>

算数的活動を導入する場面において、子ども自身が問いをもつような状況を設定すれば、主体的に活動することを通して、数学的価値に気づき、そのよさを味わうことができるであろう。

II 研究内容

I 算数のよさについて

(1) 算数のよさとは

児童が主体的に学習を進めていくようにするには、算数の学習が価値あるものであることを児童に感じ取らせることが重要であると考えられる。

そのことに最も深く関わってくるのが「算数のよさ」である。「算数のよさ」にはいろいろなとらえかたがあるが、ここでは次の2つの側面からとらえることにする。

① 機能的な側面から

問題を解決していく中で生まれる数学的な考え方のよさを算数のよさの機能的側面として捉えることができる。すなわち、問題場面に臨んだとき、次のように考えていくことができる。

- ・ 解決の「方法」について見通しをもつ
- ・ 解決の「結果」について見通しをもつ
- ・ たてた見通しが正しいかどうかを確かめたり、正しいことをきちんと示したりするために筋道を立てて考える。

このように、日常の事象について見通しを持ち筋道を立てて考えていく際には、日常の事象を数理的に表現し、処理していく活動が伴う。その活動の中に、次のような数学的な考え方のよさが表出する。

○ 数学の方法に関係した数学的な考え方

- | | |
|-----------|-----------|
| ・ 帰納的な考え方 | ・ 演繹的な考え方 |
| ・ 類推的な考え方 | ・ 統合的な考え方 |
| ・ 発展的な考え方 | ・ 抽象化の考え方 |
| ・ 単純化の考え方 | ・ 一般化の考え方 |
| ・ 特殊化の考え方 | ・ 記号化の考え方 |

○ 数学の内容に関係した数学的な考え方

- | | |
|------------|-------------|
| ・ 単位の考え | ・ 表現の考え |
| ・ 操作の考え | ・ アルゴリズムの考え |
| ・ 概括的把握の考え | ・ 基本的性質の考え |
| ・ 関数的な考え | ・ 式についての考え |

② 評価の側面から

ア 「関心・意欲・態度」にかかわるよさ；算数を学ぶ楽しさや成就感を味わうよさ。

- イ 「数学的な考え方」にかかわるよさ；アイディアのもつよさと思考の進め方のよさ。
- ウ 「表現・処理」にかかわるよさ；計算，作図，測定を能率的に処理するよさ。
- エ 「知識・理解」にかかわるよさ；数や図形概念，原理・法則，用語・記号を理解し活用するよさ。

(2) 算数のよさに気づかせる手だて

算数のよさを児童生徒に伝えるためには，その前に教師が，教材のどこに算数のよさが潜んでいるのかを明らかにしておく必要がある。

① 『算数のよさ』を位置づけた年間指導計画の作成

従来の指導案に，さらに次の事柄を加味する。

ア オリエンテーション

算数のよさを子供自らが見つけていくことができるようにするには，新しい単元に入る前に，代数的・幾何学的な新しい素材と自分で関わり合う時間を確保し，探求する意欲を持たせるようにする。

イ 指導計画作成の前に

単元全体を見渡し，単元，小単元，それぞれの題材の目標やねらい，児童の実態等を把握しておく。

ウ 算数のよさを位置づけた指導計画作成

指導計画の中に，単元や単位時間に取り上げる内容に含まれる算数のよさを明確にする。また，単元を通して，「関心・意欲」，「見方・考え方」，「表現・処理」，「知識・理解」の中に含まれる算数のよさを分類・整理し，どんなよさが隠れているかを明確にする。

② 『算数のよさ』に気づかせる学習過程の設定

児童に算数のよさを気づかせるためには，児童が主体的に取り組み，解決していく下記のような問題解決的な学習が有効である。

- ・ つかむ段階---- 問題をとらえる
- ・ 見通す段階---- 解決方法を見通す
- ・ 調べる段階----- 問題に取り組む
- ・ ねり合う段階----よりよい考えを追求する
- ・ まとめる段階---解決の過程をふり返る

③ 活動時間の確保

問題を理解するための時間，自分たちで活動し，見たこと，考えたことを記述するための時間を以下のようにして十分にとる必要がある。

- 5つの段階を2時間扱いで考えていく
- 5つの段階を60分で考えていく
- 45分の中で，特によさの追求に直接影響を与える段階の時間を確保していく

(3) 算数のよさを味わうということ

子どもたちが問題を解決していく中で数学的思考方のよさを見つけたとき，よさにつながる言葉として「なるほど」「おもしろい」「きれい」「便利だ」などがキーワードになってくる。

シュタイナー教育では，「ある単元の導入後しばらくしてから，数学のある分野の位置づけを与える，つまり歴史的背景や数学の中での位置づけをすることが算数のよさを味わい，生き生きとした記憶像を持つことに役立つ」とされている。また，「児童に強い印象を与えたり，魅惑したり，驚嘆させるのに適した内容を，授業を進めるうちに準備し，子どもがそれをクライマックスとして体験できるようにすること」を薦めている。このようなシュタイナー教育の方法を効果的に授業に取り入れていきたい。

2 算数的活動について

(1) 算数的活動の意義

今回改訂の小学校指導要領では，「知識と技能を身につけ」たり「見通しを持ち筋道を立てて考える能力を育て」たりする，経過としての「算数的活動」が強調されている。「算数的活動」には確保された時間の中で「具体的な操作から思考実験へ」，すなわち「現物実験から思考実験へ」という変容を生みだし，その変容に『数学的な考え方』を見いだし育てようとする意図が込められている。「算数的活動」とは，そのような変容の場であり，変容を含む連続した「操作」の集合体として捉えることができる。

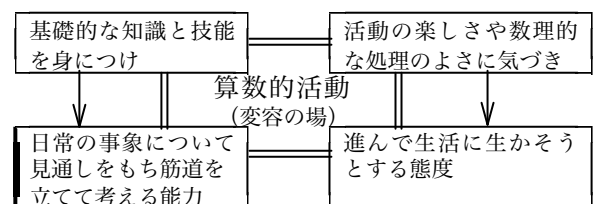


図1 算数科目標と算数的活動の構造図

(2) 「算数的活動」が生起するとは

「算数的活動」は教師の「課題」提示によって始まり，子どもの「問い」や「問題」の生起によって動いていく。「課題」から「問題」への過程をたどってみることにより「算数的活動」の生起する様相をとらえることができる。

授業の最初に課せられるのは表題であり，これには「課題」明示的なものと「課題」暗示的なものがある。いずれにしても課題を気づかせるように仕組まれている。課せられた表題に対して子どもたちから何らかの「応答」や「問い」が生まれ，子どもたちに主体が移ってくる。子ども一人の個人的な「問

い」が誰かに向かって発せられ、相互作用を経て共通化されたときに「問題」となると考える。

3 課題提示の工夫

(1) 課題設定について

「算数的活動」が生起するきっかけとして、課題設定のあり方が重要である。子どもの側からの課題設定の研究では子どもが「課題」設定の状況のなかに「巻き込まれていく」という視点で設定をとらえている。子どもの主体が無理なくかわり、納得しながら思考していくことを「巻き込まれる」と表現し、そのための課題の設定として次の3つの視点が重要であると考えられる。

- ① 親近性…子どもが納得しながら自然に思考を進めること

② 誘発性…子どもなりの数学的活動が、必然的に誘発されること

③ 先見性…子どもが自分の将来の自己活動を先見性的に見通せること

この3つの視点のなかでも一番重要なのは数学的な活動を誘発するところの誘発性を加味することである。なぜならば、算数教育における重点目標は「数学的な考え方」を育てることであり、それを含む「算数的活動」を起こすことだからである。

(2) 課題「明示的設定と「課題」暗示的設定

それぞれの設定による表題を提示した場合の子どもの反応を予想する。(授業の始めに設定された「もの」を、「テーマ」を含ませた表現ということで、「表題」と呼ぶことにする。)

① 明示的な表題

親近性、先見性を構成要素とする。誘発性を外すため、ストレートに課す。子どもにとってはいかにも唐突である。しかも、明示された「表題」に答えることが「課せられて」要求されるから、単にその表題の求めるものを中心に応答するであろう。ただし、子どもにとって唐突でない文脈に沿った明示的な「表題」であれば子どもたちの「問い」が生まれるであろう。

② 暗示的な表題

親近性、誘発性、先見性を構成要素とする。とくに発問もなく、児童の応答を評価しながら教材を提示していく。子どもの問いが生まれ、それに対する応答が見られ、「課題」に沿った問題把握がされやすくなるであろう。

このことから、「算数的活動」を求めていくのならば、導入における表題提示の仕方がもっと暗示的になる必要がある。

III 指導の実際

1 単元名 「垂直と平行」(4年)

2 算数のよさを位置づけた単元指導計画

時	学 習 の 流 れ	算数のよさ
1	旗のデザインを考えよう	算数のよさを見つ ける意欲づくり
	直線で構成された旗のデザインをかこう ↓ ・直線で形を構成 ・直線の位置関係を工夫 ・形と位置関係 2 直線の並び方について調べていこう	直線を使って形を 作るだけでなく、 直線どうしの位置 関係を使ってデザ インすることもで きることに気づく 直線に対する多様 なとらえ方
2	2 直線の並び方を仲間分けしてみよう 交わる 交わらない 斜めに 伸ばすと交わる 真っ直ぐ 伸ばしても交わらない ↓ 2 直線の交わる角度を調べよう ↓ 2本の直線が直角に交わる とき、この2直線は「垂直」 であるという	直線と直線の関 係を調べようとす る。 2 直線の垂直の関 係とその性質を理 解する。 用語を使う。 (一般化・表現化)
4 本 時	図を見て線と線の並び方を 言い表そう ↓ 「平行」という言葉で言 い表す ↓ 図のひみつを見つけよう ↓ 平行線のきまりを考えよう	算数の用語を使っ て言い表そうとす る。 用語を使う。 (一般化・表現化) 2 直線の性質を調 べ、そのきまりを 考える。
	平行な2直線にもう1つの 直線が交わるときにできる	平行な直線の性質 を理解する。

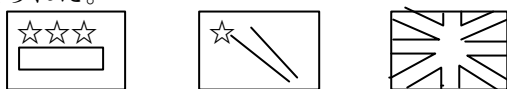
3 課題」暗示的設定

本単元では第1時のオリエンテーションの際と「垂直」について学習し始める際と「平行」について学習し始める際の3回、課題を設定する場面があるので、その際に表題設定の仕方ができるだけ暗示的になるように工夫し、児童の問いが生まれるような状況を作り出すことに授業の力点をおいた。

(1) オリエンテーション

○ 旗のデザインを考えよう

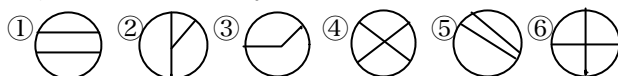
これまでに見たことのある旗のデザインを思い出させ、直線を使ったデザインにすることを確認して旗をかかせた。児童の作品には次のようなタイプが見られた。



児童の反応としては「イギリスの旗だ」「長方形がある」「角がある」「線がたくさんある」など、いろいろな気づきが出された。

(2) 「垂直」について

第1時でかいた旗を掲示し2本のひごを使って、2直線の並び方をいろいろ作らせたところ次のような組み合わせが出た。



「これらを組み合わせて図をかきたい」という意見や「角を測りたい」という意見が出る中で「角が測れないのがある」、「交わっていないのがある」ということで、「交わる・交わらない」で分けようということになった。途中、②と③はどちらの仲間に入れるか意見が分かれたりしたが「線と線が出合っているので交わっている」ということに落ち着き、次のように分けることができた。

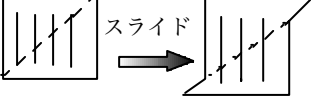
・交わっている…②, ③, ④, ⑥

・交わらない…①, ⑤

(3) 「平行」について

次の授業の展開で述べる。

4 授業の展開 (4/9)

過程	学習内容と児童の反応	教師の支援	算数のよさ
つかむ・見通す	 図を見て気づいたことを言ってみよう ・クモの巣みたい！・すごい！ ・トンネルみたい ・六角形がある ・大きくなっていつている・垂直がある ・交わっているところがある。 図の特徴は何か？線と線の関係をひごで表してみよう いろいろな2直線の関係をひごを使って表していたが、「交わらない2直線がたくさんある」ということになった。交わらないという関係の中でもクモの巣の場合は「どこまで伸ばしても交わらない」という関係であることに気づき、そのような場合に「平行」という用語を使うことを知る。	・クモの巣をまねてかかれた図を見せ、気づいたことを自由に言わせる。 ・ひごを使わせ、児童の気づきが視覚的に分かるようにする。  と  を比べさせる。	☆具体的な図を抽象化する。 (抽象化の考え) ☆平行な直線の性質に気づく。 ☆用語を使う (一般化の考え)
調べる	平行のきまりを見つけるためにクモの巣のひみつを調べよう 図をよく見て何かを見つけようとする ・定規で長さを測る 分度器で角度を測る などの活動とともに見つけたことをどうにかして表現しようとする活動が見られた。	・計測する活動が正しく出来るように補助したり、表現の仕方を一緒に考えたりする。	☆これまで学んだ用語を使って、見つけたことを表現しようとする。 (表現化の考え)
ねり合う	見つけたひみつを発表しよう ・12本の線が真ん中で交わっている。・三角形がたくさんある。 ・中心に30°が12こ集まっている。 ・平行な線に直線が交わっているところに垂直が出来ている。 クモの巣のきまりの中から平行のきまりを選ぼう	・いろいろな気づきを発表させ、その中から平行線のきまりを選ばせるようにする。	☆これまで学んだ用語を使って、見つけたことを表現しようとする。 (表現化の考え)
まとめ・発展	平行な2直線に直線が交わっているところに垂直がたくさん出来ている。 平行な2直線はどこまで伸ばしても交わらない。  スライド どうして4本の直線が3本になったのかな？ ・線が長くなった・平行だからできる ・上の様な平行線のクイズをかこう	・「平行」についての印象を児童が深められるような話題を提供し、次時の平行線にかく活動へ発展させる。	☆平行線のきまりを考える ☆発展的な考え方

5 研究仮説の検証

(1) 問いが生まれる状況設定について 検証授業の導入時)

「庭でこんなものを見つけました。」と、折り畳んだ画用紙をゆっくり開きながら提示していった。

藍色の画用紙に白の線で描かれたクモの巣に似せた図を見た時の児童の反応は「すげえ!」とか「クモの巣だ!」, 「トンネルみたい」とか感じたことをつぶやいていたが, そのうち「六角形がある」, 「交わっているところがある」, 「垂直がある」などのように既習事項をもとにした発言が聞こえてきた。そこで,

この図の線と線の関係には垂直なもの他にどんなものがあるのかな?

と発問し, 見つけた2直線のことを児童一人一人に2本のひごを使って表現させた。児童は図の中から2直線をいろいろ見つけてひごで表現し, 友達の表現したものを見比べたりしていた。児童達は交わったものをいろいろ見つけていたが, その中に平行なものがなかなか出てこなかったのを,

この図の特徴は何か?

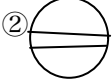
と発問し視点を与えたところ, 垂直な2直線とともに平行な2直線が表現され, 「交わらないものがたくさんあるよ」という気づきが出た。

「交わらない」とはどういうことかな?

と問うと, 児童はひごを使ってクモの巣に見られる平行な2直線を作るのだが, 言葉で表現させると「出合わない2直線」とか「くつつかない2直線」とか説明していたので, よりはっきりさせるために,

次の2つの「交わらない」は同じかな?

と, 第2時の2直線の仲間分けの場面で交わらないグループに入れられた次の2つの図を提示した。

① ② 児童はこの2つの図を比較することにより, ②は伸ばしていくと交わるが①はどこまで伸ばしても交わらないという違いがあることをはっきりさせることができた。クモの巣にある「交わらない」は②と同じ「どこまで伸ばしても交わらない」関係であることをはっきりさせ, そういう2直線のことを表すものとして, 「平行」という言葉があることを知らせた。

以上の経過は「子どもの問いが生まれる」というよりは子どもの気づきが生まれ, それを方向付ける形で教師が問いを発していく様相になっている。

- ・児童が自然に思考を進めていること (親近性)
- ・図の2直線の見つけようとする児童なりの数学的活動が誘発されていること (誘発性)

・児童がこれからクモの巣のような図について調べていくという見通しが持てたこと (先見性)

の3点から, この表題は暗示的表題になり得たと考えられる。

(2) 暗示的表題による児童の数学的価値への気づきについて

クモの巣に似た図の提示という暗示的表題から(1)にあるような一連の経過が見られた後, 児童は

クモの巣のひみつを見つけよう

というめあてに沿って, 手元に配られたクモの巣の図の縮小版を定規や分度器を使って調べていくことで, 表1のような多様な気づきがあった。

表1 児童のノートから抜粋

- ・中心の角がみんな 30° である
- ・中心の角が2つ分で 60° , 3つ分で 90° である
- ・中心の角 30° を12こ全部合わせると 360° である
- ・垂直が6こ並んでいる
- ・角が 30° , 60° , 90° , 120° の4種類ある
- ・平行な線に直線が交わっているところに垂直が来ている
- ・六角形がある, 六角形が8こある
- ・六角形の中に三角形がある
- ・少し横が斜めになった四角形がある
- ・大きなところから小さなところまで平行線できながっている
- ・三角形の下線が全部平行になっている
- ・まわりの長さが全部同じ長さで8cmである
- ・真ん中で12本の糸が合っている
- ・交わっている線と交わっていない線がある

(3) 算数のよさへの気づきについて

① ふりかえりカード

授業の中で児童がどのような算数のよさに気づき味わっているかを知るために, 授業の終わりに児童にふりかえりカードを書かせた。次のような視点を持たせて書かせたところ表2のような気づきが見られた。

視点

- ・今日の学習で大切なことばや考えは何でしょうか。
- ・気づいたことや思ったことは何でしょうか。

表2 ふりかえりカードから抜粋

- ・大切なことばは「交わる, 交わらない」です。
角のところでも交わることにについて勉強していたということが分かりました。(Yさん)
- ・ぼくは今日, 分度器を使って垂直をかくときに上と下に点をつけないで引いた線がゆがむことが分かったのでよかったと思いました。(Mくん)

- ・垂直の角をかく時に、分度器と三角定規の2つでかけました。いろんなかきかたでかけることも分かりました。(Sさん)
- ・クモの巣だけで、三角形や 30° の角を見つけられてすごいなと思った。(Hくん)
- ・今日初めて「平行」という言葉を習いました。平行は伸ばしても交わらないということがわかった。平行じゃなかったら伸ばすと交わるということもわかった。(Kさん)
- ・平行とはずっと線を伸ばしても交わらないことだと分かりました。そして、平行はいっぱい作れることが分かりました。(Tくん)
- ・クモの巣の中に形や角度をいっぱい見つけたので、クモの巣のひみつはもっとあると思いました。クモは自分でそんなことを分かっているのかと疑問に思いました。(Aさん)

② 感想カードより

単元終了時に「垂直と平行」全体についての感想を書かせた。

表3 感想文より抜粋

- ・最初、旗を作ったとき、線を交わらせたり、いろいろな形を作ったりしてたくさん工夫したのがとても楽しかったです。最後にクイズを作りました。次は自分だけで作ってみたいです。(Iさん)
- ・この勉強で一番分かりやすかったのは平行でした。どうして分かりやすかったかは「平行は交わりにくい感じ」と分かったからです。(Kくん)
- ・平行はどんなに長く長く伸ばしてもつながらないのが楽しいです。また、クモの巣には平行や垂直なのと形があるのにびっくりしました。(Mくん)
- ・垂直と平行を勉強して楽しかったことは、ひごを使って垂直や平行を作ったりしたことです。(Tさん)
- ・この勉強をして、垂直や平行は建物の中や家の中にいっぱいあることが分かりました。天井やかべ、ドア、さがしてみるといっぱいありました。こんなふうによく目にする物をくわしく調べると、分からなかったことがいっぱい分かってきました。どんな勉強が楽しかったかというと、クモの巣のひみつをさぐるのが面白かったです。普段クモの巣を見ているけど、あまりクモのことが分かりませんでしたでも、調べているうちに三角形や平行な線がいっぱいあることが分かりました。(Aさん)

主な参考文献

- 黒澤俊二 1999 『なぜ「算数的活動」なのか』 東洋館出版
 清水静海 1996 『算数のよさを追求する授業』 東洋館出版
 ベングド・ウリーン著 丹羽敏雄・森章吾訳 1995 『シュタイナー学校の数学読本』 株式会社 三省堂

下線の部分は児童が算数のよさに気づいたと思われる箇所である。4本の平行線を作図してクイズを作った後、「自分だけで作ってみたい」(Iさん)というのは平行線のかき方が分かったのもっとかいてみたいと言う意欲の現れである。また、「平行は交わりにくい感じ」だと表現したK君は伸ばすと交わる2直線を「交わりやすい」と捉え、伸ばしても交わらない2直線を「交わりにくい」とイメージし自分なりの表現をしている。「クモの巣には平行や垂直なのと形があるのにびっくりした」(M君)、「天井やかべ、ドア、さがしてみると(垂直や平行が)いっぱいありました」(Aさん)などには、身の回りのものを算数的なまなざしで見直し、感動している様子がうかがえる。そして、「楽しかったことは、ひごを使って垂直や平行を作ったりしたことです」というTさんはひごを使って抽象化された世界を表現できるということに気づきそのよさを認めている。また、「普段クモの巣を見ているけど、あまりクモのことが分かりませんでした。でも～」(Aさん)という感想には自然が描き出す図形に着目することができたという気づきと喜びが現れている。

これらの感想から、児童が単元の様々な場面で算数的活動をしていく中で、多様な算数のよさに気づき味わい、次の算数的活動を生み出していることがうかがえる。

IV まとめと今後の課題

本研究の成果は以下の2点である。

- ① 暗示的表題になるように導入を工夫したところ、児童の気づきや問いが生まれやすくなり、活動の流れが自然なものになった。
- ② 算数のよさを位置づけた単元指導計画をたてることにより、その授業の力点をはっきりさせることができ、学習のねらいをより明確にすることができた。

今後は以下の事について研究を深めていきたい。

- ① 他の領域についても暗示的表題となる導入の工夫がされた指導計画を立てる。
- ② 児童に強い印象を与えるような教材やトピックスの収集・開発