

## 〈数学〉

# 数学的な思考力・表現力を育む学習指導の工夫

—— 算数・数学のつながりを意識した思考ツールの活用と

振り返り活動を通して（第1学年）——

浦添市立仲西中学校教諭 山 田 泰 之

## I テーマ設定の理由

21世紀に入り、社会はグローバル化や急激な変化により将来の予測が困難な時代に突入している。こうした時代には、知識・技術を生かし、より良い判断をして他者と協働しながら課題を解決することが求められる。『新中学校学習指導要領解説数学編』（平成29年7月）（以降『新解説数学編』）では、数学科の目標で「思考力・判断力・表現力等」に関して、「数学を活用して事象を論理的に考察する力、数量や図形などの性質を見だし統合的・発展的に考察する力」を養うと示されている。このことから数学の授業においては、問題を既習の内容と関連づけて捉え、根拠を明確にしながら筋道を立てて解決し、その得られた結果の意味を振り返り、再度深く、広く捉える一連の思考過程が重要であると考ええる。

平成30年度全国学力・学習状況調査の結果によると、沖縄県は「数学B」において、正答率が全国平均（公立）を6.9ポイント下回っている。さらに、調査対象となった子ども達の3年前の平成27年度調査では、「算数B」において、正答率が全国平均（公立）にあと0.3ポイントと迫っていた。比較すると、この3年間での数学的な思考力・表現力の育成に課題があり、本校でも同様の結果である。

これまでの授業実践を振り返ってみると、「めあて」の設定及び「めあて」に正対する「まとめ」のある問題解決の授業を通して「確かな学力」の育成を目指してきた。沖縄県の学力調査では、県、地区の平均正答率を上回り一定の成果が得られたと考えている。しかし、自分の考えを書くことができずに人の考えを写し満足している生徒、答えは当たっているが、計算過程を書くことができない生徒、算数から数学に移行した後、苦手意識を持つ生徒等がいることも事実である。これは、既習事項の単純な復習に終始していたり、算数で学んだことがらを振り返り、数学で学ぶこととの共通点や違いを意識させる指導が不足していたことが挙げられる。

そこで、必要なことは、問題解決の授業を通して、解決の過程の中で選択した方法や手順の意味、さらにその方法を選択した際の判断の根拠について吟味を重ねることである。そのためには、「思考ツール」を活用し、授業で出た多様な考えを、比較・分類し、意味づけしながら、そのつながりを個人・グループで追究する活動を取り入れていきたい。その後、それぞれの方策を整理し振り返ることによって可視化された構造が確認でき、筋道を立てて説明し合う活動が高まってくると考える。その中で、算数の既習事項との関連に気づき、再度、適切に学び直すことで意味理解が深まるとともに、解決過程を振り返りながら算数と数学のギャップが埋まってくると考えられる。これは、算数の既習内容を有効に生かす授業の展開となり、算数と数学のスムーズな接続が可能になると考える。その結果、知識の再構成が進み、統合的な概念形成へとつながると考える。

そこで本研究では、数学的な思考力・表現力を育むためには、算数・数学のつながりを意識した思考ツールの活用と振り返り活動を行うことが必要であると考え、本テーマを設定した。

## 〈研究仮説〉

図形領域の「平面図形」において、算数・数学のつながりを意識した「思考ツール」の活用と振り返り活動によって、既習事項から新しい学習内容までの統合的な概念を獲得することができ、数学的な思考力・表現力を育むことができるであろう。

## Ⅱ 研究内容

### 1 数学的な思考力・表現力について

『新解説数学編』では、数学的な思考力を「数学を活用して事象を論理的に考察する力、数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察する力」と示し、数学的な見方・考え方と数学的活動に相互に関連をもたせながら、育成することを目指すとしている。「数学的な見方・考え方」とは「事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること」と示し整理されている。片桐重男（2004）は、数学的な考え方の具体的内容を、数学の内容と方法に着目し分類して列挙している（表1）。これは、数学的な考え方を育てる指導には数学的な考え方によどのようなものがあり、どのような特徴をもったものかをきちんと把握することが重要であると述べているものである。

数学的な見方・考え方と同様に重視されている「数学的活動」について、『新解説数学編』では「事象を数理的に捉え、数学の問題を見いだし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」と示している。

本研究では、これらのことから、「数学的な思考力」を事象から見いだした数学の問題を既習の内容と関連付けて捉え、根拠を明確にしながら筋道を立てて解決し、その得られた結果の意味を振り返り、再度深く、広く捉える力と定義する。

表現力については、『新解説数学編』では「数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力」と示し、言葉や数、図、式、表、グラフなどを用いて表現したものを数学的な表現としている。また、「目的に応じて的確な数学的な表現を選択したり、一つの対象の幾つかの数学的な表現を相互に関連付ける」ことや「表現を自立的、協働的に修正・改善」することが重要と示している。このことから、本研究では「表現力」を目的に応じて自分の考えを数学的な表現を使ってかいたり、協働的に解決するために他者にわかりやすく説明したり、他者の数学的な表現を読み取ったり、さらに、修正・改善したものを再度、数学的な表現を使ってかく力と捉える。

また、この数学的な思考力と表現力については、「数学的に表現することにより、一層合理的、論理的に考えを進めることができるようになったり、より簡潔で、的確な表現に質的に高めることができたり、新たな事柄に気づいたりすることも可能になる。」と示されているように、相互依存的に高め合うと考える。

### 2 統合的な概念について

片桐重男（2004）は、統合的な考え方について「多くの事柄を個々にばらばらにしておかないで、より広い観点から、それらの本質的な共通性を抽象し、それによって、同じものとしてまとめていこうとする考え方」と述べている。一方、「概念」とは、「広辞苑」に「事物の本質をとらえる思考の形式。事物の本質的な特徴とそれらの連関」とある。また、『算数・数学ワーキンググループにおける審議のとりまとめ』（平成28年5月）（以降『算数・数学WG』）では、図1の「統合的に考える」について「関連づける。既習の事柄と結び付ける。など」と示されている。これらのことから、統合的な概念とは、解決の過程や結果を振り返り、既習の事柄と結び付け、それらに共通するもので、同じものとしてまとめた知識・技能群のことと捉える。

統合的な概念を獲得するためには、学習過程の

表1 数学的な考え方の分類（片桐）

| 数学の方法に関係した数学的な考え方 |           |              |          |
|-------------------|-----------|--------------|----------|
| ①帰納的な考え方          | ②類推的な考え方  | ③演繹的な考え方     | ④統合的な考え方 |
| ⑤発展的な考え方          | ⑥抽象化の考え方  | ⑦単純化の考え方     | ⑧一般化の考え方 |
| ⑨特殊化の考え方          | ⑩記号化の考え方  | ⑪数量化、図形化の考え方 |          |
| 数学の内容に関係した数学的な考え方 |           |              |          |
| ①集合の考え            | ②単位の考え    | ③表現の考え       | ④操作の考え   |
| ⑤アルゴリズムの考え        | ⑥概括的把握の考え | ⑦基本的性質の考え    |          |
| ⑧関数の考え            | ⑨式についての考え |              |          |

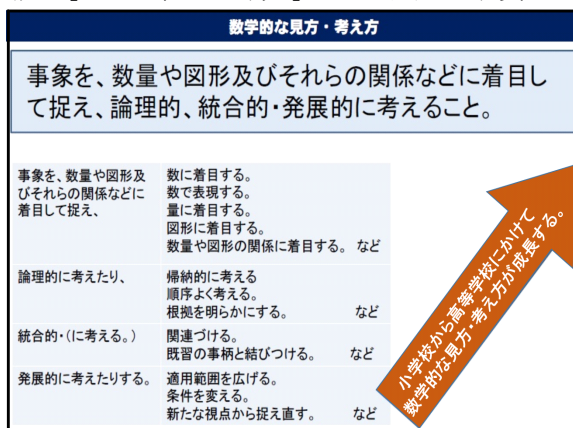


図1 数学的な見方・考え方

果たす役割が極めて重要になる。本研究の目指す学習過程は、『算数・数学WG』の示した図2における右側の数学の世界の部分を含むサイクル（A2→B→C→D2）にあたる。特に、サイクルのD2の統合に重点を置き、工夫を考える必要がある。そのために、算数・数学のつながりを重視し、思考ツールとメタ認知の視点を活用した振り返り活動を進めていきたい。

### 3 算数・数学の接続の課題について

『新解説数学編』では、「小・中学校の間の円滑な接続が強く要請されており、既習のことを振り返り、それを新たな視点から再構成し、具体的な問題解決の場面で活用できるようにする指導を行う必要がある。」と示されている。川上公一（2013）は、算数について「作業的・体験的な活動など身体を使ったり、具体物を用いたりする活動を多く取り入れている。」一方、数学では、「現実の事象から離れ、抽象的な思考や形式的な操作を行うことが増えてくる。」と違いについて述べている。その違いを理解し、つまずきを解消するために算数・数学のつながりを考えながら「学び直し」を図ることが必要である。「学び直し」について、川上公一（2013）は、「単なる復習ということではなく、吟味を重ねながら新しい内容と既習事項を構成していく過程でもある。」と述べている。

算数・数学のつながりの課題について、片桐重男（2015）は、一貫性という言葉を用いながら表2のように検討する観点を述べている。数学の学習内容は、算数の学習内容を引き継ぎ、積み重ねていくものであるから、接続を意識する必要がある。本研究では、算数・数学のつながりを意識する観点を、表2のように一貫性を検討する観点として捉え、そのつながりを視覚化することで、生徒に接続を意識させたい。その際、特に観点1と観点3、観点4に注目して研究を進めていく。

### 4 思考ツールについて

「数学的な思考力」を育むためには、数学的な見方・考え方を働かせることが、鍵になるが、個人の頭の中で、確実に見方・考え方が働いているかを確認することは容易ではない。そのため、知識を獲得する方法（推論）が、重要にも関わらず、身につけているのかを調べることは難しい。その解決のためには、思考の可視化が必要になる。

田村学（2014）は、思考ツールには「情報の可視化の特性がある」と述べている。音声言語のような「目に見えない情報を比較・関連付けなどすることは極めて難易度の高い活動」とであると述べ、思考ツールには、「情報を目に見える形で行う」ことで活動を容易にする働きがあると捉えている。黒上晴夫（2012）は、「思考の結果を導くための具体的な手順についての知識とその運用技法」を思考スキルと定義している。思考スキルは、思考ツールを用いて「考えを進める手続きやそれをイメージさせる図」として表現できると述べている。思考ツールの価値には、その「形が行為を示唆する」ことを挙げ、さらに「①アイディアをものとして可視化する、②人の頭のリソースを借りる、③相互理解を助ける、④考えが明確になる」の4つを挙げている。

本研究では、「思考ツール」（図3）を学習過程（図2）B・Cで活用し、授業で出た多様な考えを、比較・分類し、意味づけしながら、そのつながりを個人・グループで追究する活動を取り入れていきたい。その際には、小学校での既習事項との

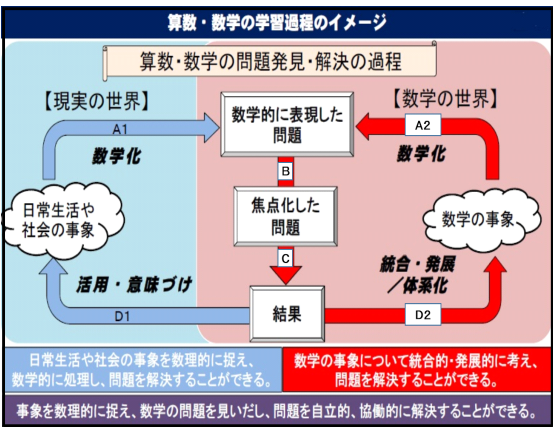


図2 算数・数学の学習過程のイメージ

表2 一貫性を検討する観点（片桐）

|   |                                          |
|---|------------------------------------------|
| 1 | 算数での子どもの既習を生かせば効果的な授業ができるのに、それをしようとしていない |
| 2 | 指導内容が算数と数学で重複している                        |
| 3 | 算数・数学で異なる扱いをしているものがある                    |
| 4 | 算数・数学それぞれの扱いが不明確になっている                   |
| 5 | 数学的な考え方の指導が十分ではない                        |

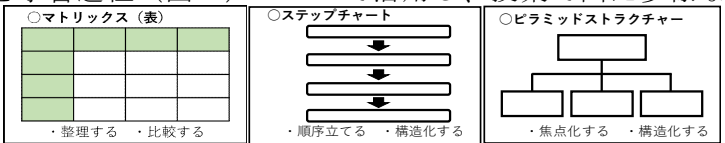


図3 思考ツール ※図やグラフも思考ツールに入る

つながりを見いだすことを意識したい。

## 5 振り返り活動について

『新解説数学編』では、「結果が得られたところで終わるのではなく、結果の妥当性を検討することが大切である。その際、解決の方法や内容、順序を見直したり、自らの取り組みを客観的に評価したりすることが大切である。」と示されている。このような継続的な「振り返り活動」を行っていく中で、数学的に考えることのよさなどに気づいたり、新たに見いだした事柄を既習の事柄と結び付けるなどの見方・考え方も成長すると考える。『算数・数学WG』では、その重要性を指摘し、そのことが統合的な概念の獲得につながると述べている。これまで実践してきた振り返りは、まとめを使うと正しい答えがでるといった手続きに関する説明になりがちで、生徒も結果を覚えれば良いという学習の仕方をしていたと感じる。つまり、振り返りの視点が不十分で、どのような見方・考え方を使ったのか、また、どのような既習事項を使い課題を解決したのかなど思考のつながりが見えずに、形骸化した振り返りになっていた。その解決のために佐藤浩一（2016）の提唱した「振り返りに効果があるメタ認知的モニタリングとそれに基づくコントロール」の働きを活用し、視点を明確にしていきたい。

メタ認知の働きについて説明すると、学習場面で自分の学習状況を把握することがメタ認知的モニタリング、モニタリングの結果を受けて次の学習をどうするか調整することがメタ認知的コントロール、モニタリングやコントロールを行うのに必要な知識がメタ認知的知識である。

本研究では、「今日の授業で何がわかったか」、「解決できた良い方法は何か」、「既習事項（算数で学んだ内容）との関連は何か」の3つを視点にして、メタ認知の視点を活用した振り返り活動（表3）を進めることで、統合的な概念の形成につながる授業展開をしていきたい。

表3 メタ認知と振り返りの関係

|   | メタ認知の働き     | 振り返りの視点      |
|---|-------------|--------------|
| 1 | メタ認知的知識     | 今日の授業でわかったこと |
| 2 | メタ認知的モニタリング | 既習事項との関連     |
| 3 | メタ認知的コントロール | 解決出来た良い方法    |

## Ⅲ 指導の実際

### 1 単元名 「平面図形」（全17時）

### 2 単元目標

○基本的な作図に関心をもち、その方法を考えたり、問題の解決に生かしたりしようとしている。

【関・意・態】

○基本的な作図を利用することができる。【見方・考え方】

○図形を移動させたり、基本的な作図ができる。また、おうぎ形の弧の長さや面積を求めることができる。【技能】

○図形の移動の意味とその性質や基本的な作図のしかた、円やおうぎ形の用語の意味とその表し方について理解する。【知・理】

### 3 単元の評価規準

| 数学への関心・意欲・態度                                                                                 | 数学的な見方や考え方                                                                                   | 数学的な技能                                    | 数量や図形などについての知識・理解                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| 様々な事象を平面図形でとらえたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。 | 平面図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を具体的な場面で活用しながら、論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。 | 基本的な作図をしたり、おうぎ形の弧の長さや面積を求めるなどの技能を身に付けている。 | 平面図形の意味や表し方、図形の移動の意味と性質、基本的な作図の方法などを理解し、知識を身に付けている。 |

### 4 単元の指導計画と評価計画

| 時 | 目標                                                  | 学習活動<br>使用する思考ツール [ ]                      | 振り返りの視点<br>◎わかること（結果）<br>◇解決に良い方法・△既習事項との関連（方法）                   | 評価規準                                                         |
|---|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| 1 | タイムカプセルを見つける方法に関心を持ち、身のまわりにあるものを直線や角と関連付けて見ようとしている。 | ○タイムカプセルをうめた場所を、直線や角と関連付けてとらえ、数学的な表現に転換する。 | ◎平面図形の用語や記号、定義。<br>◇図をかくために文章を数学的な表現に変換。図形化の考え。<br>△直線は小学校の定義が拡張。 | 【関】身のまわりにあるものを、直線や多角形などとみて、垂直や平行などの図形の性質をとらえようとしている。（ノート、観察） |

|    |                                      |                                                                                               |                                                                                                        |                                                                               |
|----|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| 2  | 直線や角、三角形について、用語・記号を使ってまとめ理解する。       | ○直線や角、三角形について用語と記号を確認し、特徴や性質を記号で表す。                                                           | ◎直線や角、三角形の表記の仕方。<br>◇比較・分類。記号化の考え。<br>△初めて学ぶ表記の仕方。                                                     | 【知】直線や角、三角形などについての用語・記号の意味を理解している。(ノート、観察)                                    |
| 3  | いろいろな図形をものさし、分度器、コンパスなどを使ってかくことができる。 | ○いろいろな図形を、既習の学習内容を基にものさし、分度器、コンパスなどを使ってかく。                                                    | ◎図形のかき方は、図形の意味を基にすること。基本的性質の考え。<br>◇性質を順序よくとらえ、表示。演繹的な考え方。<br>△これまでに学んだ書き方の確認と発展。                      | 【技】いろいろな図形を、既習の学習内容と関連付けてかくことができる。(ノート、観察)                                    |
| 4  | 平行移動の意味を理解し、移動させた図をかくことができる。         | ○対応する頂点同士を結び、それらを観察することで平行移動の特徴に気づき、意味を理解する。<br>[ステップチャート]                                    | ◎決定する要素は移動の方向と距離であること。<br>◇対応する頂点から共通な性質の見だし。特殊化・一般化の考え。<br>△小学校では1つの図形の操作。中学校は2つの図形の関係。               | 【技】ある図形を、平行移動した図をかくことができる。<br>【考】基本的な性質を、小学校の操作活動などを基に考えようとしている。(ノート、観察)      |
| 5  | 対称移動の意味を理解し、移動させた図をかくことができる。         | ○対応する頂点同士を結び、それらを観察することで、対称移動の特徴に気づき、意味を理解する。対称の軸は、頂点を結ぶ線分の垂直二等分線になっていることを理解する。<br>[ステップチャート] | ◎決定する要素は対称の軸の位置。<br>◇対応する頂点から共通な性質の見だし。特殊化・一般化の考え。<br>△小学校では1つの図形の操作。中学校は2つの図形の関係。                     | 【技】ある図形を、対称移動した図をかくことができる。<br>【知】2点から等距離にある点は、線分の垂直二等分線上にあることを理解している。(ノート、観察) |
| 6  | 回転移動の意味を理解し、移動させた図をかくことができる。         | ○対応する頂点同士を観察することで、回転移動の特徴に気づき、意味を理解する。<br>[ステップチャート]                                          | ◎決定する要素は回転の中心の位置及び回転角の大きさ、回転の向き。<br>◇対応する頂点から共通な性質の見だし。特殊化・一般化の考え。<br>△小学校では1つの図形の操作。中学校は2つの図形の関係。     | 【技】ある図形を、回転移動した図をかくことができる。<br>【考】基本的な性質を、小学校の操作活動などを基に考えようとしている。(ノート、観察)      |
| 7  | 線分の垂直二等分線の作図の手順を理解し、その作図ができる。        | ○ひし形の対角線の位置関係から、垂直二等分線の作図方法を考え、作図する。<br>[ステップチャート]                                            | ◎ひし形の対称性の使用。<br>◇対称性をもつ、別の図形の利用。類推的な考え。<br>△作図の道具の制限。                                                  | 【技】垂直二等分線の作図ができる。<br>【考】垂直二等分線の作図の根拠について考えることができる。(ノート、観察)                    |
| 8  | 角の二等分線の作図の手順を理解し、その作図ができる。           | ○ひし形の対角線と角の関係をとらえることで、角の二等分線の作図方法を考え、作図する。<br>[ステップチャート]                                      | ◎ひし形の対称性の使用。<br>◇ひし形だけではなく、対称性をもつ図形の利用。統合的な考え。<br>△小学校で学んだ対称性は、中学校での作図に利用。                             | 【技】角の二等分線の作図ができる。<br>【考】角の二等分線の作図の根拠について考えることができる。(ノート、観察)                    |
| 9  | 垂線の作図の手順を理解し、その作図ができる。               | ○ひし形の対角線の位置関係から、垂線の作図方法を考え、作図する。<br>[ステップチャート]                                                | ◎ひし形の対称性の使用。<br>◇対称性をもつ、別の図形の利用。類推的な考え。<br>△作図の道具の制限。                                                  | 【技】垂線の作図ができる。<br>【考】垂線の作図の根拠について考えることができる。(ノート、観察)                            |
| 10 | 基本的な作図を利用して、正方形を作図することができる。          | ○基本的な作図を利用して、いろいろな方法で正方形を作図し、その方法を説明する。<br>[ピラミッドストラクチャー]                                     | ◎正方形の作図は、垂線の作図を利用。<br>◇性質を順序よくとらえ、表示。演繹的な考え方。<br>△分度器や三角定規の90°の角を使わずに、作図。                              | 【考】基本的な作図を利用して、正方形を作図する方法を考え、説明することができる。(ノート、観察)                              |
| 11 | 基本的な作図を利用して、三角定規を作図することができる。         | ○基本的な作図を利用して、いろいろな方法で三角定規を作図し、その方法を説明する。<br>[ウェビングステップチャート]                                   | ◎三角定規の作図は、角の二等分線や垂線の作図を組み合わせて利用。<br>◇性質を順序よくとらえ、表示。演繹的な考え方。<br>△分度器や三角定規の90°の角を使わずに、作図。                | 【考】基本的な作図を利用して、三角定規を作図する方法を考え、説明することができる。(ノート、観察)                             |
| 12 | 弧や弦などの円に関する用語や円の接線の性質について理解する。       | ○円の弧や弦、中心角、円の接線や接点の意味を知り、円の接線を作図する。<br>[ステップチャート]                                             | ◎円についての用語や記号、円の接線の性質。<br>◇わかっていることを基にした性質の導き。演繹的な考え方。<br>△中心、半径、直径以外にも用語や性質が増えての深まり。                   | 【技】【知】弧や弦などの円に関する用語や円の接線の性質について理解し、円の接線を作図することができる。(ノート、観察)                   |
| 13 | おうぎ形と中心角の関係について理解する。                 | ○中心角の異なるおうぎ形をかくことを通して、いろいろなおうぎ形ができることを理解する。                                                   | ◎おうぎ形の合同。<br>◇わかっていることを基にした性質の導き。演繹的な考え方。<br>△円の半径と弧で囲まれた図形のこと。                                        | 【知】おうぎ形と中心角の関係について理解している。(ノート、観察)                                             |
| 14 | $\pi$ の意味や円の周の長さや面積の公式の意味を理解している。    | ○ $\pi$ の意味を理解し、既習の学習内容(円の周の長さ・円の面積)を $\pi$ を使って表す。                                           | ◎円周率をおよその値である3.14を使わずに $\pi$ を使用すること。<br>◇記号に表すと同時に記号化されたもののよみとり。記号化の考え。<br>△円周率に $\pi$ を使うだけで、求め方は同じ。 | 【知】 $\pi$ の意味や円の周の長さや面積の公式の意味を理解している。(ノート、観察)                                 |
| 15 | おうぎ形の弧の長さや面積を求めることができる。              | ○おうぎ形の弧の長さや面積が中心角に比例していることを基に、求め方を考える。<br>[ステップチャート]                                          | ◎おうぎ形の弧の長さや面積の求め方は、円を基にし、中心角の大きさで決定。<br>◇わかっていることを基にして性質を導く。演繹的な考え方。<br>△円のいくつかを求めるとき、割合の考えが使われる。      | 【技】おうぎ形の弧の長さや面積を求めることができる。(ノート、確認問題)                                          |
| 16 | おうぎ形の中心角を求めることができる。                  | ○弧の長さや中心角の関係による比例式を利用して、中心角を求める方法を考える。                                                        | ◎弧の長さや半径から中心角が求められる。<br>◇わかっていることを基にした性質の導き。演繹的な考え方。<br>△比例の考えが使われる。                                   | 【技】おうぎ形の中心角を求めることができる。<br>【考】中心角を円と比較して考えることができる。(ノート、確認問題)                   |
| 17 | 単元テストを通して単元内容の理解を深める。                | ○「平面図形」の単元テスト単元テストを通して単元内容の理解を深める。                                                            | ◎移動、作図、おうぎ形の弧の長さ、面積<br>◇既習の内容との関連。類推的・演繹的・統合的・発展的な考え。<br>△線対称、移動の考えや円、おうぎ形の性質の使用。                      | 【考】【技】【知】学習内容を適切に用いて問題を解決できる。(単元テスト)                                          |

## 5 検証授業 (11/17)

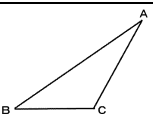
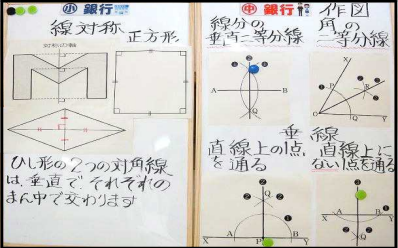
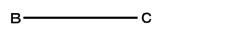
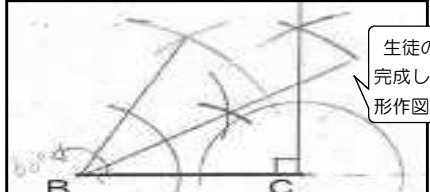
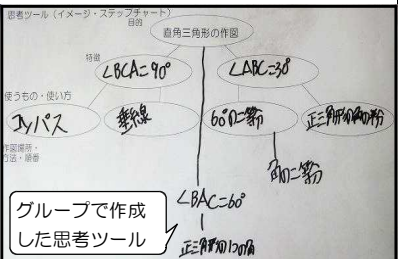
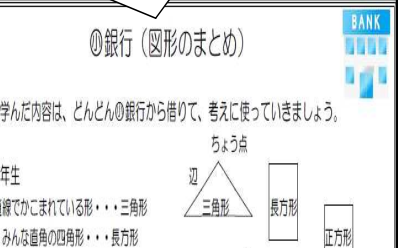
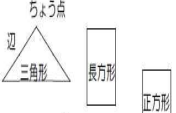
### (1) 目標

基本の作図を利用して、与えられた図形を作図する方法を、図形を決定する要素や構成の仕方に着目し、見通しをもって考えることができる。また、その図形の作図ができる。

### (2) 授業仮説

既習の作図方法を使い、身のまわりの図形を作図する問題において、算数・数学のつながりを意識した「思考ツール」の活用と3つの視点を基にした振り返り活動によって、作図を図形の対称性から統合的に捉えることができ、数学的な思考力・表現力が育まれるであろう。

### (3) 展開

|               | ●学習活動 (◇目指す生徒像)<br>教師の手立て                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ○指導上の留意点<br>思考ツール、振り返り、【 】評価、学習過程のイメージ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 導入<br>5分      | <p>●課題提示 課題 けいたさんは、今まで学んだ作図方法を利用して、辺BCを底辺と見たときの三角形ABCの高さを作図しようと考えました。</p>  <p>●三角形の高さについて、確認する。</p> <p>●めあての設定<br/>めあて：今まで学んだ4つの作図方法のどれを使えばよいだろうか？</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <p>○定規とコンパスだけを使った作図であることに注意させる。</p> <p>○高さのイメージ図をかかせる。<br/>(結果の見通し)<br/>前面に大型ホワイトボードを、1ゼルに立てかけ、算数・数学の既習事項を掲示</p>  <p>○生徒の考えた見通しを拾いながら、めあてを引き出す。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 展<br>開<br>33分 | <p>●思考ツール (ウェブシグステップチャート) の活用 (個人追究→ペア追究)</p> <p>●作図方法の共有化</p> <p>●この課題に対しての振り返り</p> <p>●問題提示 問題 かりんさんは、三角定規を作図できると考えました。線分BCを底辺として、<math>\angle ABC = 30^\circ</math>、<math>\angle BCA = 90^\circ</math>、<math>\angle BAC = 60^\circ</math> となる直角三角形ABCを作図しよう。</p>  <p>作図方法を個人追究している場面</p>  <p>個人追究の後、グループで追究している場面</p> <p>◇目的から作図方法を選択することができる。</p> <p>●思考ツールの内容を全体で共有</p> <p>●作図の方法の共有化</p>  <p>選択した作図方法を、グループで協力して実践し、作図している場面</p>  <p>生徒のワークシートから完成した直角三角形作図</p> <p>●作図方法のふり振り返り</p> | <p>○三角形の高さを作図するためにどの部分にどんな作図方法を用いるかを、思考ツールを完成させながら解決を図る。(方法の見通し)</p> <p>○作成した思考ツールを生徒に発表させ、全体で確認する。</p> <p>○結論を基に、教師が作図方法の手順を実践し、作図する。</p>  <p>作図する直角三角形のイメージ図を書いている場面 (結果の見通し)</p> <p>○意図的に指名し、角の位置を確認する。</p>  <p>学習過程：A2 (数理化)</p> <p>○個人・グループ学習では、思考ツール (ウェブシグステップチャート) を使い、作図の見通しを考察する際に思考の可視化を図る。(方法の見通し)</p> <p>学習過程：B→C</p> <p>○思考ツールでの書けた数を確認しゲーム性を取り入れる。</p> <p>【数学的な見方・考え方】 (観察)</p> <p>B: 基本的な作図を利用して、直角三角形の作図方法を考えることができる。</p> <p>A: 基本的な作図を利用して、直角三角形の作図方法を考え、説明ができる。</p> <p>Cへの手立て：既習シートを渡し、目的に応じた作図方法を伝える。</p> <p>Cへの手立て：大型ホワイトボードを見せながら、目的に応じた既習選択の確認場面</p> <p>個人で今日の学習をふり振り返り、その内容を全体に発表している場面</p> <p>既習シート：小学校から中学校までの図形の既習事項をまとめたもの (小銀行・中銀行)</p>  <p>①銀行 (図形のまとめ)</p> <p>※小学校で学んだ内容は、どんな銀行から借りて、考えに使っていきましょう。</p> <p>◎小学校2年生</p> <p>○3本の直線でかまれている形・・・三角形</p> <p>○かどが、みんな直角の四角形・・・長方形</p>  |
| ま<br>と<br>め   | <p>●まとめ まとめ：高さ→直線上にない1点を通る垂線の作図<br/>直角三角形→①正三角形の作図<br/>②角の二等分線の作図<br/>③直線上の1点を通る垂線の作図</p> <p>●振り返り (個人→全体で共有)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <p>○思考ツールを確認しながら、生徒からの言葉を基にまとめる。</p> <p>○直角三角形の作図については、3つの作図の組み合わせで完成することを確認する。</p> <p>学習過程：D (統合)</p> <p>○振り返りの3つの視点</p> <p>生徒の振り返り：作図する図形に合わせて、今まで学んだ作図の仕方を組み合わせればよい。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

|     |                                         |                                                                |
|-----|-----------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| 12分 | ◇授業を通して結果の価値、思考の過程、既習事項との関連を振り返ることができる。 | ①今日の授業で何がわかったか（できるようになったか）？<br>②解決できた良い方法は？<br>③今まで学んだ内容との関連は？ |
|-----|-----------------------------------------|----------------------------------------------------------------|

## 6 仮説の検証

研究仮説に基づき検証授業を行った。思考ツールの活用と振り返り活動の工夫を行うことで、統合的な概念を獲得することができ、数学的な思考力・表現力の育成に繋がったかどうかについて観察、ワークシートの記述、振り返り用紙、アンケート調査、テスト結果を基に検証していく。

### (1) 算数・数学のつながりを意識した思考ツールの活用について

単元の中で、3～4名の各グループに思考ツールの枠を記載したホワイトボードを渡し、協働で考えを可視化させた。特に、第11時で使用したウェビングステップチャートは、ステップチャート・ピラミッドストラクチャー・イメージマップの3つを取り入れたオリジナルの思考ツールである。ピラミッドストラクチャーは方策が少ない場合構造化に適しており、多い場合はウェビングステップチャートが適している。

第1時の平面図形の基礎となる図形について理解を深める授業では、マトリックスを使用した（図4）。

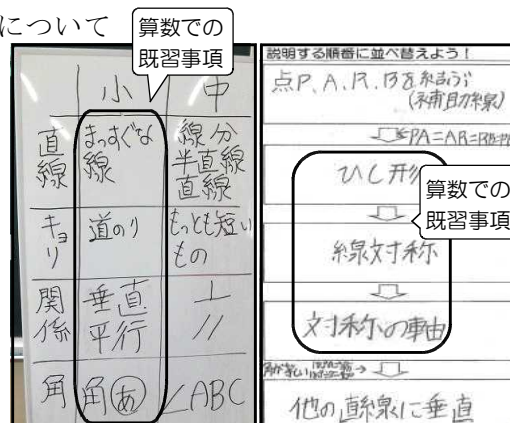


図4 マトリックス

生徒の振り返りから「違いがわかり、言葉で書くより記号の方が簡単」とあった。このように、違いや記号化について記述している生徒の割合は学級全体で81%いた。これは既習と新しい内容の比較・分類を可視化することで、本質的に変わらないものや数学的な表現のもつ働きに触れ生徒自身が実感を伴って、理解したものと捉える。

基本の作図の3時間では、継続してステップチャートを使用した（図5）。授業では、なぜこの作図方法が成り立つのか、全ての場合でも成り立つのかと疑問を投げかけ、生徒は個人追究後、グループ追究で根拠を考えることができた。それを基に全体で発問を繰り返しながら、順序よく根拠をはっきりさせながらステップチャートにまとめることができた。これは、根拠になるものがどのように繋がっているのかを意識することができ、また、根拠として必要なものを取捨選択できるという点で効果があった。使い方に慣れてくると、理由になる事柄を挙げる数が増え、それにつれペア追究だけでステップチャートを埋め、理由を説明できるようになった。さらに、ステップの間に不明確な部分があると全体で検討し追加することができた。

この授業を学習過程のイメージに当てはめてみる。学習過程Aとして、生徒が作図を数学的に表現した問題と捉え、幾つかの例で成り立っていることを帰納的に確かめ予想を立てた。学習過程B・Cとして、生徒が一般的に成り立つ理由を焦点化した問題として捉え、考える中でステップチャートを使用し演繹的に考えた。このように考えると思考ツールを使用した活動によって問題の発見と解決にいたる学習過程に推論という考え方をを用いて解決できたことがうかがえ、2学年で学習する論証での下地にもなっていた。

基本の作図の利用では、既習の作図の選択あるいは、それらの組み合わせを考えることをねらいとした。その場面では、ウェビングステップチャートを使用した（図6）。これは目的だけを上位の枠に書き、方法となる手立てをその下の階層に書いていく構造である。手立てとして浮かんだ色々なアイデアを、まず思考ツールに書き込むことで可視化され、

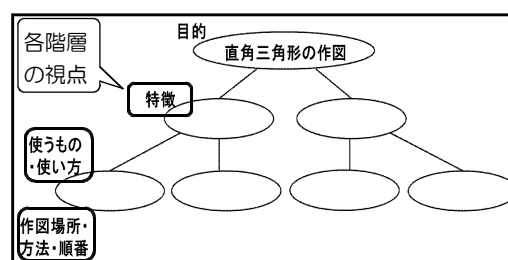


図6 ウェビングステップチャート

目に見える形で試行錯誤することで解決の道筋を見つけることが出来るようにした。さらに、下位の階層に何を書けばよいのかを示すために、各階層に見方・考え方となる視点を設け、考

えを進める手続きや手順と実践が繋がるように焦点化を図った。このウェビングステップチャートを、三角定規を作図する問題の見通しに使用した。

グループ活動では、相互理解が深まり8グループ中6グループが三角定規の特徴である角度に着目し、その角度を作図するため既習のどの作図方法を選択すればよいのか、まとまり毎に根拠を明確にし、数学的な表現を用いながら筋道を立てて解決を図っていた(図7)。それを基に全体で共有した後、確認の時間には、各自の考えに必要な手続き等を付け加えたりする姿が見られた(図8)。その後の作図では、見通しを立てたことから、70%の生徒が完成でき、24%の生徒が、3つの基本作図の組み合わせのうち2つまでできていた。まったくできない生徒はいなかった。これは、継続して様々な思考ツールの使用と各階層に設けた視点が、多様な情報を順序立てる等の思考力の育成に有効な手立てだったからだと考える。

これらのことから思考ツールを取り入れたグループ追究の場を設定することで、生徒が問題を既習の内容と関連づけて捉え、数学的な表現を使い、思考を可視化、構造化することで根拠を明確にしながら協働的に解決することができるようになったと考える。よって、数学的な思考力・表現力の育成に繋がったといえる。

## (2) 振り返り活動を通して

### ① 振り返り用紙の活用について

授業の終末に解決の過程、結果の振り返りを行った。個人での振り返り後、全体での共有の時間を持った。自分の振り返りの足跡がわかるとともに、次の授業に生かせるように、毎時間記入できる振り返り用紙を活用した(図9)。視点は、「①わかったこと」「②解決できた良い方法」「③既習との関連」とした。第1時では、視点①は全員が書けたが、視点②・③は書けない生徒が9人いた。単元が進むにつれ、他の生徒の発表や全体での共有(図10)を通して、振り返りの視点が理解できるようになり、第13時には全員が3つの視点での振り返りを自分なりの言葉で書くことができた。これらのことから、個人での振り返り後、各生徒の発表を聞くことで、自分との違いや共通点が整理されるとともに、新しい視点で学習内容を振り返ることができ、数学的に考えることのよさに気づいたり既習の事柄に結びつける等の統合的な見方・考え方が成長できたと考えられる。

| 時間  | 月日    | 学習内容                                  | ① 今日の授業でわかったこと<br>(できるようになったこと)     | ② 解決できた良い方法について<br>(次にも使えそうな方法について) | ③ 今までで学んだ内容との関連<br>(算数で学んだ内容などとの関連) |
|-----|-------|---------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 第1時 | 11/21 | 平面図形の基礎(直線・角)を学習する。                   | 直線・半直線・線分                           | コ-ゲを使って、<br>糸にかけようか、と図を<br>描く       | 垂直というマーク上とか<br>△                    |
| 第2時 | 11/30 | 記号や式から三角形をかく。                         | 底辺はどれでもいい<br>・小学校と、少ししか<br>かわらない。交点 | 底辺も迷わずに<br>決めてからやる                  | ④⑤⑥、アイクなどか<br>記号にかかれただけ             |
| 第3時 | 12/5  | いろいろな図形を、<br>ものさし、分度器、<br>コンパスを使ってかく。 | 図形はバランスを、と<br>のが難しかった               | コンパス、定規を使う                          | 小学校で習った図形<br>を使った                   |

図9 振り返り用紙(一部)

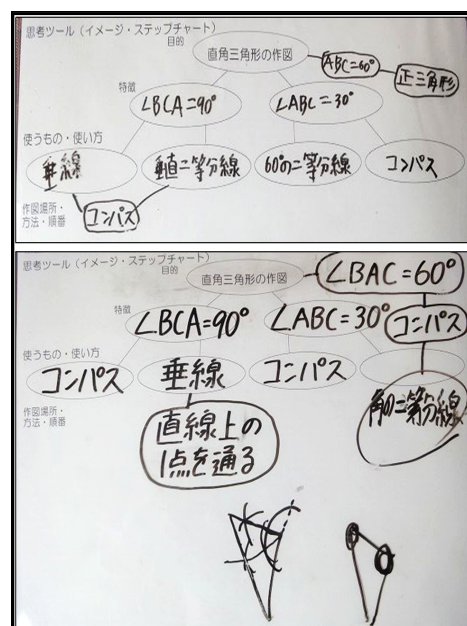


図7 グループ活動でのウェビングステップチャートでの記述

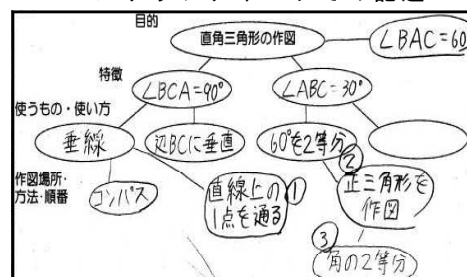


図8 全体共有後の生徒のワークシート

| まとめ       |                                     |
|-----------|-------------------------------------|
| ① わかったこと  | 対称の軸で角を二等分する<br>ことができた。<br>・コンパスと定規 |
| ② 解決・良い方法 | 図形の性質(正しいもの)を<br>使った(わけには)          |
| ③ 算数との関連  | 線対称が角の二等分線<br>につながった。               |

図10 全体での振り返り場面での板書

### ② 振り返り用紙の内容分析について

第8時は角の二等分線の作図の学習内容で、一貫性の観点3(表2)である異なる扱いと

して図形を「かく」と「作図」の違いをふまえた授業を行った。「何ができるようになったか」という視点で振り返ったある生徒は、「角を二等分することができた」の前に「分度器を使わずに」と表現している（図11）。算数では角の二等分で分度器を使い、割り算の考えで解決するが、数学では対称性を用いてできるのだという本人の驚きが表れていると感じる。学級全体でも対称性に関する文言を記述している生徒の割合は、85%いた。このように、解決した結果の意味にどのような価値があるのかを振り返ることで、以前の学習内容の価値と新しい学習内容の価値とが融合され、新しい価値付けができたと考える。その価値付けが、次の場面で思考の構成に役立てられる。これは本研究の目指す「統合的な概念の形成」に繋がる姿といえる。

視点②の振り返りでは、発問や全体での共有を重ねるうちに図形の特徴や定義に着目し、思考ツールを使い、図形の性質等の既習と結びつけて考えれば良いという記述が見られた（図12）。第9時では、垂線の作図の根拠を示す方法について、「図形の性質をつみ上げていく」と記述した生徒がいたが、学級全体でもこのように順序立てるという文言を記述した生徒は、79%いた。これらのことから、作図方法が常に成り立つ根拠を示す場面では、算数での数値で確かめる帰納的な方法ではなく、既習である図形の性質を使うという演繹的な推論の考え方を生徒が遂行しようとしていたと捉えられる。これは、一貫性の観点4（表2）をふまえ、工夫した結果でもある。これらのことにより、根拠を明確にしながら筋道を立てて考える力の育成に繋がったと考察する。

視点③の記述には、算数と数学との違いや共通点、課題の解決には既習が重要になるという趣旨の内容が多く見られた（図13）。基本の作図の3時間目の振り返りには、「作図にはひし形がついてくる」といった作図の本質に関わる記述をした生徒もいた。授業でも算数ではあまり扱われなかったひし形が作図では、重要な働きをしていることから「ひし形すごい」との感想も出ていた。学級全体でも96%が、ひし形、線対称等の算数との関連について記述することができていた。これらのことから、一貫性の観点1（表2）となる既習との繋がりを生かした効果的な学習となったことで、算数・数学という広い観点から本質的な共通性を抽象し、まとめていこうという統合的な見方・考え方ができたことがうかがえる。

以上のことから、3つの視点で振り返ることは、算数・数学の関連を見いだすとともに、新たな視点で知識を再構成することになり、統合的な概念の形成に有効であると考えられる。

### (3) 生徒アンケートとテスト結果の分析より

検証前後に、生徒アンケートとテストを実施した。まず、生徒アンケートを分析する。「きまりや解き方を習うとき、その理由をわかるようにしていますか」という質問に対し、肯定的に答えた生徒が、検証後には11ポイント増加した（図14）。また、「算数の学習内容はよく分

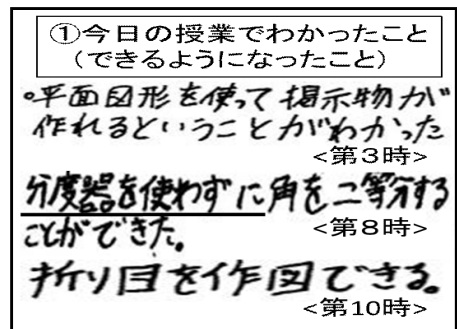


図11 視点①における生徒の記述

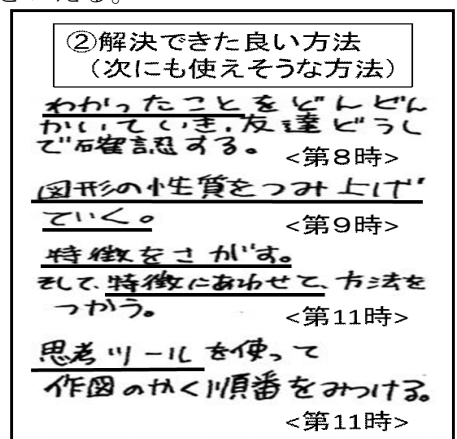


図12 視点②における生徒の記述

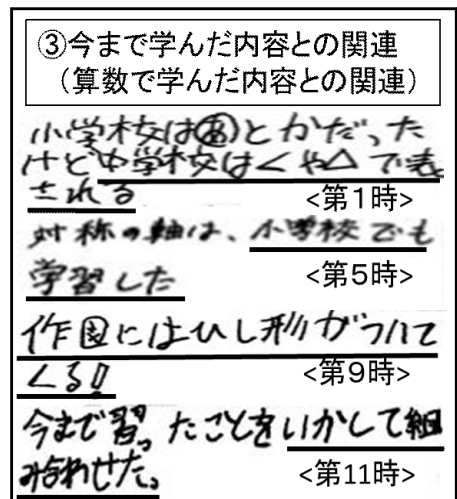


図13 視点③における生徒の記述

かるようになってきましたか」という質問に対し、肯定的に答えた生徒が検証後18ポイント増加した（図15）。さらに、あてはまらないと答えた生徒は、検証前の4%から検証後0%に改善された。これは、生徒が形式的に内容を理解するよりも既習との関連を考え意味を理解する学習の方が「できる」という実感を持つことを表すとともに、学び直しに繋がることを示していると考ええる。

次に、テストの分析を行う。折り目の線と角の二等分線の関係について問う問題と折り目の線にかくことができるかを問う問題で確認する。折り目の線の特徴・性質については、検証前後で40ポイント改善している（図16）。これは、具体的な折るという操作を数学的に捉え、折り目の線がどのような直線になるかを考え、その特徴を基本的な作図と結びつけて論理的に考え判断することができたといえる。これは、平成30年度全国学力・学習状況調査を参考にした問題であり、全国平均正答率は、54.9%であった。単純には比較できないが、14.1ポイント改善が図られたと考える。

折り目の線にかくことができるかを問う問題については、検証前は、算数の既習を生かしてかく問題とし、検証後はこれまでの知識を活用して作図できるかを検証する問題とした。検証前後で33ポイント改善し、目的に応じて作図方法を選択し、数学的な表現を使って表すことができるようになったと考える（図17）。

これらの結果から、算数・数学のつながりを意識した思考ツールの活用と振り返り活動の指導を工夫することは、数学的な思考力・表現力の育成に有効であったと考察する。

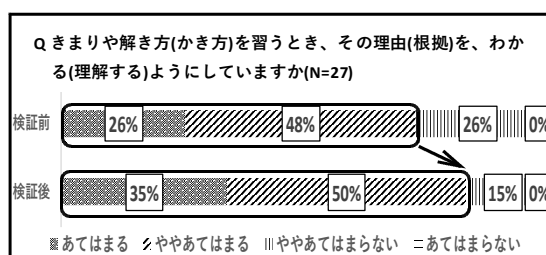


図14 検証前後のアンケート結果

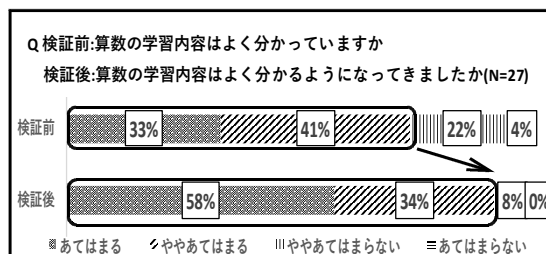


図15 検証前後のアンケート結果

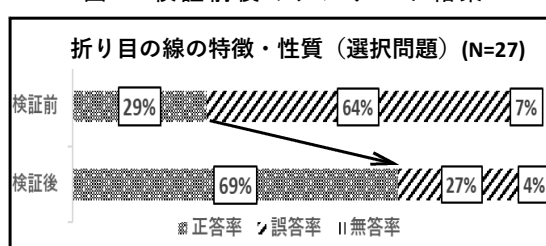


図16 検証前後のテスト結果

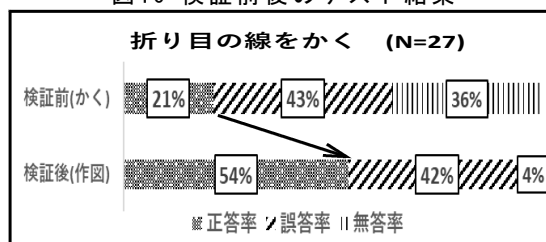


図17 検証前後のテスト結果

## IV 成果と課題

### 1 成果

- (1) 算数・数学のつながりを意識した思考ツールの活用と振り返り活動によって、既習事項から新しい学習内容までの統合的な概念を獲得することができ、数学的な思考力・表現力を育むことができた。
- (2) 思考ツールの活用を通して、生徒が数学の問題を既習の内容と関連づけて捉え、根拠を数学的な表現を用いて明確に示しながら筋道を立てて解決することができるようになった。
- (3) 3つの視点を用いた振り返り活動を通して、結果の意味や価値、解決の方法や内容、新たに見いだした事柄を既習の事柄と結びつける等の見方・考え方を振り返ることで、統合的な概念の形成に繋げることができた。

### 2 課題

- (1) 論理的な思考力を育むためには、「平面図形」以外の他領域や他学年での既習との繋がり の視覚化に、思考ツールの活用の工夫が必要である。
- (2) 振り返り活動を充実させるためには、タイムマネジメントの工夫が必要である。

### 〈参考文献〉

- 武藤寿彰・島智彦・溝田貴章 2018 『数学教育 8月号』 明治図書
- 北島茂樹 2018 『数学教育 3月号』 明治図書
- 文部科学省国立教育政策研究所 2018 『平成30年度全国学力・学習状況調査 報告書』 文部科学省
- 文部科学省 2018 『中学校学習指導要領（平成29年告示）解説 数学編』 日本文教出版株式会社
- 清水宏幸 2017 『数学教育 11月号』 明治図書
- 片桐重男 編著 2015 『算数と数学の一貫した指導が学力を向上させる』 学事出版
- 下村治 2015 『どの生徒にもやさしい数学授業のユニバーサルデザイン』 明治図書
- 田村学・黒上晴夫 2014 『こうすれば考える力がつく！ 中学校 思考ツール』 小学館
- 下村芳弘 2011 『思考ツールの教科書』 東洋経済
- 川上公一 2010 『中学校数学科 中1 ギャップを撃退する指導のアイデア36』 明治図書
- 片桐重男 2004 『数学的な考え方の具体化と指導』 明治図書

〈参考URL〉

- 沖縄県教育委員会 2018 『学力向上推進プロジェクト』(2018年11月最終アクセス)  
<https://www.pref.okinawa.jp/edu/gimu/jujitsu/shisaku/documents/h29gakuryokukoujousuisinproject1.pdf>
- 沖縄県教育委員会 2018 『「問い」が生まれる授業サポートガイド』(2018年11月最終アクセス)  
<https://www.pref.okinawa.jp/edu/gimu/gakuryoku/toisapo/toisapo.html>
- 黒上晴夫・小島亜華里・泰山裕 2012 『シンキングツール～教えることを教えたい～』(2018年11月最終アクセス)  
[http://ks-lab.net/haruo/thinking\\_tool/short.pdf](http://ks-lab.net/haruo/thinking_tool/short.pdf)
- 文部科学省 2016 『算数・数学ワーキンググループにおける審議のとりまとめ』(2018年11月最終アクセス)  
[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/sonota/\\_icsFiles/afieldfile/2016/09/12/1376993.pdf](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/sonota/_icsFiles/afieldfile/2016/09/12/1376993.pdf)
- 群馬大学教育学部 2016 『小学校算数科における「説明」と「振り返り」』(2018年11月最終アクセス)  
[https://gair.media.gunma-u.ac.jp/dspace/bitstream/10087/9951/1/N033\\_2016\\_13.pdf#search=%27%E4%BD%90%E8%](https://gair.media.gunma-u.ac.jp/dspace/bitstream/10087/9951/1/N033_2016_13.pdf#search=%27%E4%BD%90%E8%)
- 東京書籍 2015 『見通しと振り返りを重視した数学的活動の授業づくり』(2018年11月最終アクセス)  
<https://ten.tokyo-shoseki.co.jp/contest/tkyoiku/no31/fujiwara.pdf>